

# F-Praktikum

## Untersuchung der LEP-Daten zur $Z^0$ -Resonanz

Anna Andrlé (550727)  
Sebastian Pfitzner (553983)

29. Januar 2015

### Abstract

In diesem Experiment werden die Eigenschaften des Z-Bosons untersucht. Dafür werden Messdaten des Large Electron Positron Collider (LEP) vom L3 Detektor ausgewertet. Aus den gemessenen hadronischen Ereignissen kann die Masse  $M_Z$ , die Zerfallsbreite  $\Gamma_Z$ , die Lebensdauer  $\tau_Z$  und der hadronische Wirkungsquerschnitt bestimmt werden. Die Werte folgen aus einer Anpassungsrechnung an das Breit-Wigner-Profil des Wirkungsquerschnitts. Mit einer ähnlichen Anpassungsrechnung mit den myonischen Daten kann der myonische Wirkungsquerschnitt berechnet werden. Aus den charakteristischen Größen des Z-Bosons wird dann der Weinbergwinkel, die partielle Breite der Hadronen und Leptonen und der Farbfaktor der Hadronen bestimmt. Für alle so gewonnenen Werte ergibt sich eine gute Übereinstimmung mit den Literaturwerten.

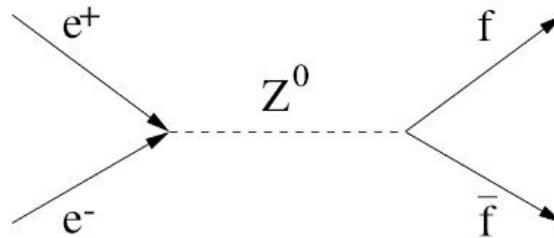
### Inhaltsverzeichnis

<b>1. Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2. Selektion hadronischer und myonischer Ereignisse</b>	<b>1</b>
<b>3. Berechnung der Wirkungsquerschnitte aus den L3-Daten</b>	<b>5</b>
<b>4. Breit-Wigner-Resonanzkurve</b>	<b>7</b>
<b>5. Bestimmung der Partialbreiten und des elektroschwachen Mischungswinkels</b>	<b>9</b>
5.1. elektroschwacher Mischungswinkel . . . . .	10
5.2. Bestimmung der Anzahl von Quarkfarben . . . . .	10
<b>6. Diskussion</b>	<b>11</b>
<b>A. Anhang</b>	<b>12</b>

## 1. Einleitung

In diesem Versuch wurden Daten von dem L3 Teilchendetektor am  $e^+e^-$ -Beschleuniger LEP (Large Electron Positron Collider) am Europäischen Forschungszentrum CERN (Conseil Europeen pour la Recherche Nuclaire) ausgewertet. Mit den Daten aus dem Jahr 1992/1993 wird der Wirkungsquerschnitt von der  $e^+e^-$ -Reaktion in der Nähe der  $Z^0$ -Resonanz und die Eigenschaften des Z-Boson untersucht. Das Z-Boson ist ein Austauschteilchen der schwachen Wechselwirkung, welches über seine Zerfallsprodukte nachgewiesen werden kann.

Bei diesem Versuch treffen ein hochenergetischer Elektronen- und Positronenstrahl aufeinander; die Schwerpunktsenergie ist gerade so gewählt, dass  $\gamma$ s als Austauschteilchen stark unterdrückt ist und bevorzugt  $Z^0$  als Austauschteilchen auftreten. Die dabei entstehenden Teilchen werden durch Spurrkammern, hadronische und myonische Detektoren auf Flugrichtung, Impuls und Ladung (durch Beobachtung der Krümmung der Flugbahn aufgrund eines magnetischen Feldes) untersucht. Die hier verwendeten Daten sind bereits durch einen ersten Selektionsprozess gelaufen.



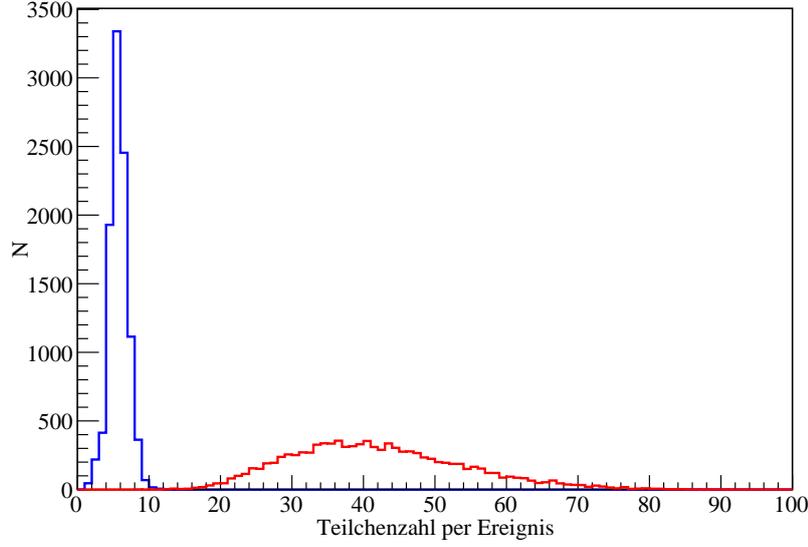
**Abb. 1:** Schematische Abbildung der Elektron-Positron-Reaktion zu zwei Fermionen.

## 2. Selektion hadronischer und myonischer Ereignisse

Es sollen aus den Datensätzen mit geeigneten Kriterien die hadronischen und myonischen Ereignisse selektiert werden. Zusätzlich stehen noch zwei weitere Datensätze zur Verfügung, die aus einer Monte-Carlo-Simulation folgen. Dabei wurden einmal hadronische und einmal myonische Ereignisse simuliert. Die Effizienz der Selektionskriterien kann mit diesen Datensätzen bestimmt werden:

$$\epsilon = \frac{N'_{MC}}{N_{MC}}. \quad (1)$$

Dabei ist  $N'_{MC}$  die Anzahl der durch die Selektion gefundenen Teilchen und  $N_{MC}$  die Gesamtzahl der Ereignisse im Monte-Carlo-Datensatz.



**Abb. 2:** Aus den Monte-Carlo-Daten für myonische (blau) und hadronische (rot) Zerfälle gewonnene Verteilung der bei einem Ereignis detektierten Ereignisse.

Zur ersten Unterscheidung zwischen myonischen und hadronischen Ereignissen wird die Anzahl  $n$  der registrierten Teilchen in einem Ereignis verwendet. Hadronische Ereignisse verursachen im Allgemeinen Teilchenschauer, sodass hier typischerweise erheblich mehr Teilchen detektiert werden als bei myonischen Ereignissen, was in Abbildung 2 deutlich wird.

Da die Impulse der detektierten Teilchen fast immer erheblich größer als ihre Massen sind, wird im folgenden die Hochenergienäherung  $E^2 \approx p^2$  verwendet.

Für hadronische Ereignisse ergeben sich aus den Monte-Carlo-Daten sowie aus [2] die nachfolgenden Auswahlkriterien.

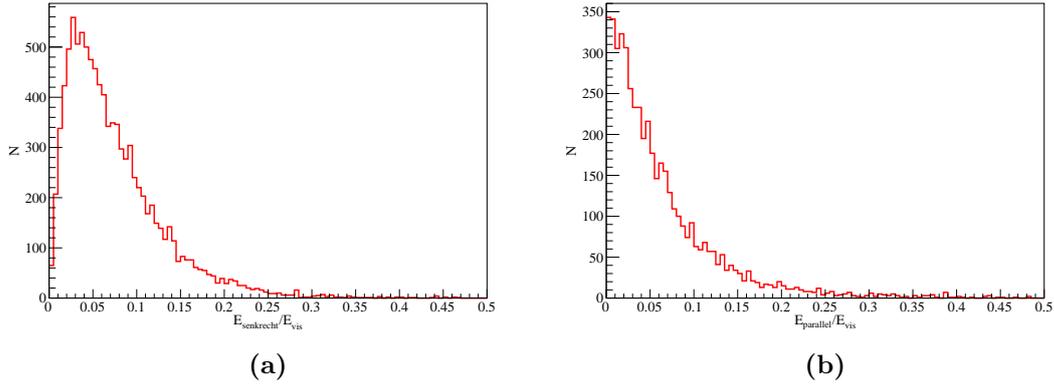
1. Die Energie aller  $n$  im Detektor registrierten Teilchen, welche durch

$$E_{\text{vis}} = \sum_{i=1}^n E_i = \sum_{i=1}^n \sqrt{\vec{p}_i^2 + m_i^2} \approx \sum_{i=1}^n \sqrt{p_{xi}^2 + p_{yi}^2 + p_{zi}^2} \quad (2)$$

gegeben ist. Es wird ein Wert in der Nähe der Schwerpunktsenergie  $\sqrt{s}$  erwartet, sodass  $0,5 < E_{\text{vis}}/\sqrt{s} < 1,5$  als Auswahlkriterium verwendet wird.

2. Das Energieungleichgewicht senkrecht zur Strahlrichtung  $\vec{e}_z$

$$\Delta E_{\perp} \approx \sqrt{\left(\sum_{i=1}^n p_{xi}\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^n p_{yi}\right)^2} \quad (3)$$



**Abb. 3:** Monte-Carlo-Verteilung des Energiegleichgewichts der hadronischen Ereignisse senkrecht **(a)** und parallel **(b)** zur Strahlrichtung. Eine Beschränkung der beiden dargestellten Parameter auf 0,3 erscheint sinnvoll.

3. bzw. in Strahlrichtung

$$\Delta E_{\parallel} \approx \sum_{i=1}^n p_{zi}. \quad (4)$$

Wenn in einem hypothetischen Detektor alle in einem Ereignis entstehenden Teilchen und keine anderen detektiert werden könnten, sollten diese beiden Werte der Summe der Ruhemassen aller Teilchen entsprechen (bzw. in der Hochenergienäherung identisch verschwinden). Dies lässt sich für die Identifikation hadronischer Ereignisse ausnutzen, da so außerhalb des Detektors entstandene Teilchen(-schauer) aussortiert werden können. (motiviert durch Adrinai *et al* [2]).

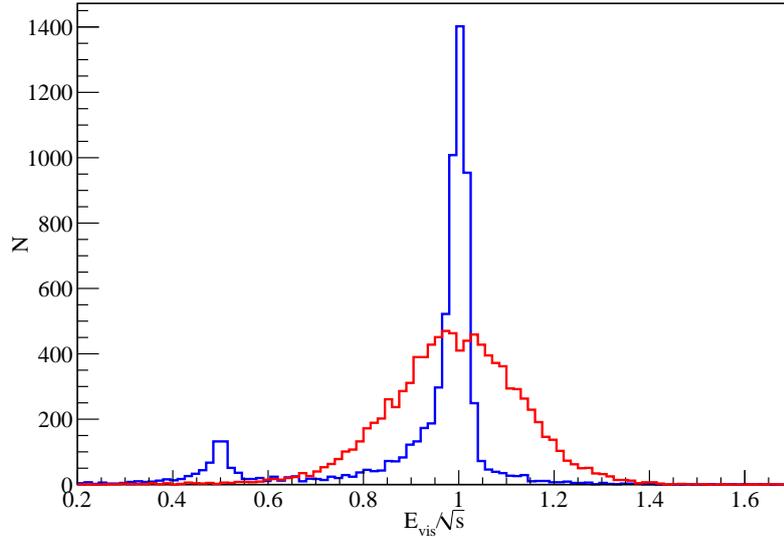
Werden die drei genannten Auswahlkriterien auf die Monte-Carlo-Daten zeigt, dass von den insgesamt 10000 Ereignissen 9791 als hadronisch identifiziert werden können, was einer Effizienz von

$$\epsilon_{\text{hadr}} = 97,91 \%$$

entspricht. Einige Histogramme zur Beurteilung der Selektionskriterien sind im Anhang in Abbildung 7 abgebildet.

Wie aus den Histogrammen verschiedener Parameter für die Monte-Carlo-Daten deutlich wird, sind für die Selektion von myonischen Ereignissen andere Bedingungen ausschlaggebend als für hadronische Ereignisse. Die im folgenden beschriebenen Selektionskriterien sind aus den in den Abbildungen 2, 4 und 5 dargestellten Histogrammen und motiviert und durch Adrinai *et al* [2] inspiriert.

1. Die “Masse” eines detektierten Teilchens, die für während der Vorverarbeitung erkannte Myonen auf einen charakteristischen Wert von 0,106 GeV festgelegt worden ist.

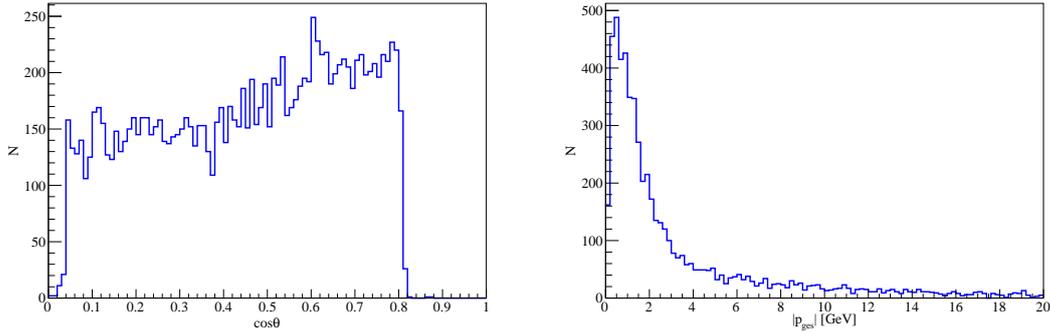


**Abb. 4:** Aus den Monte-Carlo-Daten für myonische (blau) und hadronische (rot) Zerfälle gewonnene Verteilung der gesamten im Detektor eingetragenen Energie geteilt durch die Schwerpunktenenergie  $E_{\text{vis}}/\sqrt{s}$ . Wie erwartet sind beide Kurven um  $\sqrt{s}$  zentriert, sodass sich das Intervall  $0,5 < E_{\text{vis}}/\sqrt{s} < 1,5$  als Auswahlkriterium verwenden lässt. Der Nebenpeak bei  $\sqrt{s}/2$  kommt vermutlich durch Ereignisse zustande, bei denen nur eins der beiden Myonen detektiert wurde.

2. Der Winkel  $\theta$  zwischen der Flugrichtung eines Teilchens und der Strahlrichtung. Aus dem Histogramm der Monte-Carlo-Daten in Abbildung 5a wird deutlich, dass  $\cos \theta < 0,8$  eine sinnvolle Beschränkung darstellt. Aus dem Myonen-Impuls berechnet sich  $\theta$  nach

$$\cos \theta = \frac{p_z}{\sqrt{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2}}. \quad (5)$$

3. Die beiden in der hier betrachteten Reaktion entstehenden Myonen müssen aufgrund der Ladungserhaltung ein entgegengesetztes Ladungsvorzeichen haben. Ein Vergleich der Ladung aller Myonen in einem Ergebnis liefert also ein weiteres Auswahlkriterium.
4. Aufgrund der Impulserhaltung sollten sich die Impulse der entstehenden Myonen zu Null addieren, d.h.  $p_{\text{ges}} = \sqrt{\vec{p}_{\mu_1}^2 + \vec{p}_{\mu_2}^2} < 10 \text{ GeV}$  liefert eine weitere Bedingung, um ein Ereignis als myonisch zu charakterisieren. In Abbildung 5b ist die Verteilung der Gesamtimpulse der Monte-Carlo-Daten dargestellt.
5. Mindestens ein im Ereignis entstandenen Myons sollte einen Großteil der Energie der Hälfte der Schwerpunktsenergie (d.h. die Energie des  $e^-$ - bzw  $e^+$ -Strahls) erhalten haben, da die kinetische Energie der Elektronen bzw. Positronen bei einer



(a) Kosinus des Winkels zwischen Strahlrichtung und detektiertem Myon. Der Sprung in der Verteilung bei  $\cos \theta = 0,8$  wird als Selektionskriterium verwendet. (b) Gesamtimpuls der Myonen aus der Monte-Carlo-Simulation. Ein cut-off bei 10 GeV erscheint sinnvoll.

**Abb. 5:** Aus den Monte-Carlo-Daten gewonnene Histogramme von  $\cos \theta$  (a) und des Gesamtimpulses der beiden Myonen (b).

idealen  $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ -Reaktion vollständig und zu gleichen Teilen in die beiden Myonen übergehen sollte. Es wird nach [2] als Kriterium  $E_\mu/\sqrt{s}/2 > 2/3$  für eins der beiden Myonen gewählt.

Nach Anwendung der fünf genannten Kriterien auf die Monte-Carlo-Daten lassen sich in den insgesamt 9969 Ereignissen 5249 myonische Ereignisse identifizieren, was einer Effizienz von

$$\epsilon_{\text{myon}} = 52,65 \%$$

entspricht. Ein Vergleich der Histogramme von simulierten und realen Daten ist ebenfalls im Anhang in Abbildung 8 dargestellt.

### 3. Berechnung der Wirkungsquerschnitte aus den L3-Daten

Mit der im vorigen Kapitel beschriebenen Selektionsmethoden können die hadronischen und myonischen Wirkungsquerschnitte aus den L3-Daten berechnet werden. Wie in Gleichung (6) gezeigt ist dafür sowohl die Effizienz  $\epsilon$  der Selektion, die Anzahl der selektierten Ereignisse  $N'$ , die Untergrundereignisse  $N^U$  als auch die Luminosität  $\mathcal{L}$  des Teilchenbeschleunigers ausschlaggebend.

Die weiterhin eingeführte Variable  $N$  bezeichnet die berechnete Gesamtzahl von Ereignissen eines Typs.

$$\sigma = \frac{N}{\mathcal{L}} = \frac{N' - N^U}{\mathcal{L} \cdot \epsilon} \quad (6)$$

Die Unsicherheit des Wirkungsquerschnitt kann mit Hilfe der Gaußschen Fehlerfortpflanzung berechnet werden.

$$u_\sigma = \sqrt{\left(\frac{u_{N'}}{\mathcal{L} \cdot \epsilon}\right)^2 + \left(\frac{u_{N^U}}{\mathcal{L} \cdot \epsilon}\right)^2 + \left(\frac{(N' - N^U) \cdot u_{\mathcal{L}}}{\mathcal{L}^2 \cdot \epsilon}\right)^2 + \left(\frac{(N' - N^U) \cdot u_\epsilon}{\mathcal{L} \cdot \epsilon^2}\right)^2} \quad (7)$$

Nach der Selektion der jeweiligen Ereignisart lassen sich keine signifikanten Unterschiede mehr zwischen den Monte-Carlo-Daten und den realen Daten erkennen, die nicht durch statistische Abweichungen erklärbar sind. Demzufolge wird in den folgenden Betrachtungen die Anzahl der Untergrundereignisse  $N^U$  vernachlässigt.

Im Rahmen der Betrachtung des systematischen Fehlers der hier durchgeführten Messungen werden die Selektionsschnitte in Maßen variiert, was eine Änderung der oben genannten Größen zur Folge hat. Sind die Parameter der Schnitte gut gewählt, so bleibt die berechnete Gesamtzahl  $N$  an Ereignissen eines Typs nahezu konstant.

$E_{\text{vis}}/\sqrt{s}$	$E_p/E_{\text{vis}}$	$E_s/E_{\text{vis}}$	$N_{89 \text{ GeV}}$	$N_{91 \text{ GeV}}$	$N_{93 \text{ GeV}}$
> 0,5; < 1,5	< 0,30	< 0,30	1791	4000	2141
> 0,6; < 1,4	< 0,25	< 0,25	1780	3961	2122
> 0,4; < 1,6	< 0,35	< 0,35	1798	4027	2160
abgeschätzte sys. Unsicherheit:			10	32	19

**Tab. 1:** Veränderung der berechneten Gesamtanzahl von hadronischen Ereignissen bei Variation der Selektionsparameter (die erste Zeile zeigt die Ergebnisse der tatsächlich verwendeten Parameter).  $N'$  ändert sich in allen Fällen um rund 50 bis 90, während  $N$  wesentlich weniger variiert.

In Tabelle 1 wird diese Variation der Selektionsparameter beispielhaft für hadronische Ereignisse dargestellt, die so bestimmte systematische Komponente der Unsicherheit ist in der letzten Zeile eingetragen. Die zufällige Komponente ergibt sich aus der Standardabweichung der Poisson-Verteilung, für die  $\sigma = \sqrt{N}$  gilt. Die Lumineszenz ist in [1] gegeben; die dort angegebene Unsicherheit trägt zum systematischen Fehler bei.

Nach gaußscher Fehlerfortpflanzung ergeben sich mit den so bestimmten zufälligen (mit Superskript  $z$  gekennzeichnet) und systematischen (Superskript  $s$ ) Fehlern die in Tabelle 2 gezeigten hadronischen Wirkungsquerschnitte.

$\sqrt{s}$ [GeV]	$\mathcal{L}$ [1/nb]	$N_{\text{hadr}}$	$\sigma_{\text{hadr}}$ [nb]
89,48	$179 \pm 2^s$	$1791(\pm 10)^s(\pm 42)^z$	$10,0(\pm 0,1)^s(\pm 0,2)^z$
91,33	$136 \pm 1^s$	$4000(\pm 32)^s(\pm 63)^z$	$29,4(\pm 0,4)^s(\pm 0,5)^z$
93,02	$151 \pm 2^s$	$2141(\pm 19)^s(\pm 46)^z$	$14,2(\pm 0,2)^s(\pm 0,3)^z$

**Tab. 2:** hadronische Wirkungsquerschnitte

Für die myonischen Ereignisse wird genauso vorgegangen, auch wenn hier die Auswahlkriterien andere sind und demzufolge auch anders variiert werden, um den syste-

matischen Fehler zu bestimmen. Es ergeben sich die in Tabelle 3 dargestellten Werte für die Wirkungsquerschnitte bei verschiedenen Schwerpunktsenergien.

$\sqrt{s}$ [GeV]	$\mathcal{L}$ [1/nb]	$N_{\text{myon}}$	$\sigma_{\text{myon}}$ [nb]
89,48	$179 \pm 2^s$	$117(\pm 15)^s(\pm 10)^z$	$0,65(\pm 0,08)^s(\pm 0,05)^z$
91,33	$136 \pm 1^s$	$205(\pm 20)^s(\pm 15)^z$	$1,5(\pm 0,1)^s(\pm 0,1)^z$
93,02	$151 \pm 2^s$	$119(\pm 30)^s(\pm 11)^z$	$0,79(\pm 0,20)^s(\pm 0,07)^z$

**Tab. 3:** myonische Wirkungsquerschnitte

## 4. Breit-Wigner-Resonanzkurve

Es wird erwartet, dass der Wirkungsquerschnitt einer Breit-Wigner-Kurve

$$\sigma(s) = \sigma_0 \cdot \frac{s\Gamma_Z^2}{(s - M_Z^2)^2 + M_Z^2\Gamma_Z^2} \quad (8)$$

mit den Parametern  $\sigma_0$  (Peak-Wirkungsquerschnitt),  $M_Z$  (Masse des  $Z^0$ -Bosons) und  $\Gamma_Z$  (Zerfallsbreite des  $Z^0$ -Bosons) folgt. Allerdings gibt es quantenelektrodynamische Effekte, die die Messung des tatsächlichen Wirkungsquerschnittes verhindern. Die größte Korrektur kommt durch die Abstrahlung von Photonen im Endzustand zustande, was die gemessenen Energien der detektierten Teilchen verringert.

Mathematisch lässt sich dieser Sachverhalt als Faltung nach Gleichung 9 beschreiben, wobei  $r(s, s')$  die Wahrscheinlichkeit für die Abstrahlung eines Photons und  $\sigma$  die Breit-Wigner-Verteilung des Wirkungsquerschnitts ist.

$$\sigma^{\text{corr}}(s) = \int_0^s \sigma(s') \cdot r(s, s') ds' \quad (9)$$

Die Routine `bwigner.cxx` berücksichtigt diese Korrektur, sodass die in den Tabellen 2 und 3 bestimmten Wirkungsquerschnitte samt Unsicherheiten als Input verwendet werden können.

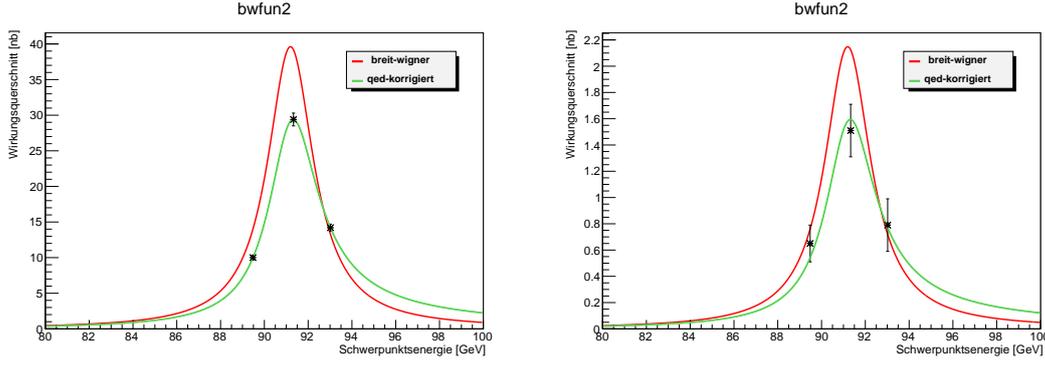
Intern werden die Parameter von  $\sigma^{\text{corr}}(s, \sigma_0, M_Z, \Gamma_Z)$  so an die  $k$  Messwerte  $[\sigma_i^{\text{mess}}$  angepasst, dass

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{[\sigma_i^{\text{mess}}(s) - \sigma^{\text{corr}}(s)]^2}{u_{\sigma_i^{\text{mess}}}^2} \quad (10)$$

minimal wird;  $u_{\sigma_i^{\text{mess}}}^2$  ist hier die Unsicherheit der gemessenen Wirkungsquerschnitte.

Durch den Fit der hadronischen Wirkungsquerschnitte ergeben sich folgende das  $\chi^2$  minimierende Parameter

$$\sigma_0^{\text{hadr}} = (39 \pm 1) \text{ nb}, \quad \Gamma_Z = (2,6 \pm 0,1) \text{ GeV}, \quad M_Z = (91,18 \pm 0,04) \text{ GeV}.$$



(a) Fit des hadronischen Wirkungsquerschnitts. Drei Fitparameter,  $\chi^2 = 0$ .

(b) Fit des myonischen Wirkungsquerschnitts. Ein Fitparameter,  $\chi^2 = 0,77$ .

**Abb. 6:** Aufgrund der geringeren Unsicherheiten der bestimmten Wirkungsquerschnitte im Fall hadronischer Ereignisse lassen sich alle drei Parameter der Breit-Wigner-Kurve bestimmen. Die selteneren und schlechter detektierbaren myonischen Ereignisse dagegen sind stärker fehlerbehaftet – deshalb wird die Masse und Zerfallsbreite des  $Z^0$ -Bosons als konstant angenommen und nur der Peak-Wirkungsquerschnitt gefittet.

Der Fit des QED-korrigierten Wirkungsquerschnitts an die Messwerte sowie die zugrundeliegende Breit-Wigner-Kurve sind in Abbildung 6a dargestellt. Als  $\chi^2$ -Wert ergibt sich  $\chi^2 = 0$ , was damit zu begründen ist, dass  $\sigma^{\text{corr}}$  von drei Parametern abhängt und drei Messwerte vorliegen.

Die hier bestimmten Werte stimmen mit denen aus der Particle Data Group [3],  $\Gamma_Z = (2,495 \pm 0,002) \text{ GeV}$  und  $M_Z = (91,187 \pm 0,002) \text{ GeV}$ , im Rahmen der Fehlerintervalle gut überein.

Aus der bestimmten Partialbreite des  $Z^0$ -Bosons lässt sich seine Lebensdauer zu

$$\tau_Z = \frac{1}{\Gamma_Z} = (2,6 \pm 0,1) \cdot 10^{-25} \text{ s.}$$

Es wird deutlich, dass solch eine Messung die einzige Möglichkeit zur Bestimmung der Lebensdauer darstellt, da sie viele Größenordnungen kleiner als die kürzeste direkt messbare Zeit ist.

Die myonischen Wirkungsquerschnitte können aufgrund der geringeren Anzahl von detektierten Ereignissen nur mit im Vergleich zu den hadronischen Wirkungsquerschnitten großen Unsicherheiten bestimmt werden. Deshalb bietet es sich an, für diesen Fit die Werte von  $\Gamma_Z$  und  $M_Z$  aus dem Fit der hadronischen Wirkungsquerschnitte zu verwenden und nur  $\sigma_0^{\text{myon}}$  zu variieren. Es ergibt sich die in Abbildung 6b gezeigte Kurve mit dem Fitparameter

$$\sigma_0^{\text{myon}} = (2,1 \pm 0,2) \text{ nb}, \quad \chi^2 = 0,78.$$

Für einen guten Fit wird erwartet, dass  $\chi^2$  der Anzahl an Freiheitsgraden (Degrees of Freedom,  $DoF$ ) entspricht. Da hier mit nur einem Freiheitsgrad gefittet wird, ergibt sich

$$\chi^2 = 0,78 \approx 1 = DoF, \quad (11)$$

sodass der Fit als gut klassifiziert werden kann.

## 5. Bestimmung der Partialbreiten und des elektroschwachen Mischungswinkels

Das Maximum des Wirkungsquerschnitts hängt von den Partialbreiten der Teilchen im Anfangs- und im Endzustand sowie der Masse und der Partialbreite des  $Z^0$ -Bosons ab:

$$\sigma_0 = \frac{12\pi}{M_Z^2} \cdot \frac{\Gamma_{i=e}\Gamma_f}{\Gamma_Z^2}. \quad (12)$$

Aus dieser Formel, dem in Kapitel 4 bestimmten myonischen Peak-Wirkungsquerschnitt  $\sigma_0^{\text{myon}}$ , den aus den hadronischen Ereignissen Größen  $M_Z$  und  $Z_0$  sowie unter Ausnutzung der Leptonuniversalität der schwachen Wechselwirkung<sup>1</sup> lässt sich nach einfachem Umstellen die leptonische (und damit auch elektronische) Partialbreite zu

$$\Gamma_e = \Gamma_l = (89 \pm 3) \text{ MeV}$$

bestimmen. Die Unsicherheit ergibt sich nach gaußscher Fehlerfortpflanzung zu

$$u_{\Gamma_e} = M_Z \Gamma_Z \sqrt{\frac{\sigma_0^{\text{myon}}}{12\pi}} \cdot \sqrt{\left(\frac{u_{M_Z}}{M_Z}\right)^2 + \left(\frac{u_{\Gamma_Z}}{\Gamma_Z}\right)^2 + \frac{1}{4} \left(\frac{u_{\sigma_0^{\text{myon}}}}{\sigma_0^{\text{myon}}}\right)^2}. \quad (13)$$

Auch aus dem hadronischen Peak-Wirkungsquerschnitt lässt sich  $\Gamma_e$  berechnen. Dazu werden noch zwei weitere Zusammenhänge benötigt. Die gesamte Zerfallsbreite des  $Z^0$ -Bosons setzt sich wie folgt aus den Partialbreiten zusammen

$$\Gamma_Z = \Gamma_{\text{hadr}} + 3\Gamma_{\nu_l} + 3\Gamma_l, \quad (14)$$

wobei sich die Faktoren 3 wie oben begründet aus der Leptonuniversalität stammen. Außerdem sagt das Standardmodell für die Zerfallsbreite den Zusammenhang

$$\Gamma_f = \frac{G_F M_Z^2}{24\sqrt{2}\pi} \cdot \left[ 1 + \left( 1 - 4|Q_f| \sin^2 \theta_W \right)^2 \right] \quad (15)$$

voraus, wobei  $G_F$  die Fermikonstante und  $Q_f$  die Ladung des entstehenden Teilchens ist. Da  $Q_{\nu_l} = 0$  für alle Neutrinos, lässt sich so auch ohne den Weinbergwinkel  $\theta_W$  die Neutrino-Partialbreite  $\Gamma_\nu$  berechnen. Mit den Gleichungen 14 und 12 (mit  $f = \text{hadr}$ ) lässt sich durch Umstellen die folgende Gleichung herleiten:

$$\Gamma_e = -\frac{(\Gamma_{\nu_l} - \Gamma_Z/3)}{2} - \sqrt{\left(\frac{-(\Gamma_{\nu_l} - \Gamma_Z/3)}{2}\right)^2 - \frac{M_Z^2 \cdot \sigma_0^{\text{hadr}} \cdot \Gamma_Z^2}{36 \cdot \pi}}. \quad (16)$$

Ähnlich wie oben lässt sich die Unsicherheit über gaußsche Fehlerfortpflanzung bestimmen. Mit den von uns bestimmten Werten für  $M_Z$ ,  $\Gamma_Z$  und  $\sigma_0^{\text{hadr}}$  ergibt sich

$$\Gamma_e = (80 \pm 10) \text{ MeV}.$$

<sup>1</sup>Was bedeutet, dass die Zerfallsbreiten aller Leptonen gleich sind, d.h.  $\Gamma_l = \Gamma_e = \Gamma_\mu = \Gamma_\tau$ .

Der größte Teil der Unsicherheit ergibt sich aus der Unsicherheit des  $\Gamma_Z$ . Wird statt dem hier bestimmten Wert mit dem Referenzwert für  $\Gamma_Z$  aus [3] gerechnet, wird die Unsicherheit erheblich geringer:

$$\Gamma_e = (79 \pm 3) \text{ MeV.}$$

Beide Werte stimmen im Rahmen ihrer Unsicherheiten mit der leptonischen Partialbreite aus [3] überein, die mit  $(83,9 \pm 0,1) \text{ MeV}$  angegeben wird.

### 5.1. elektroschwacher Mischungswinkel

Der elektroschwache Mischungswinkel lässt sich aus Gleichung 15 durch

$$\sin^2 \theta_W = \frac{1}{4Q_e} \cdot \left( \pm \sqrt{\frac{\Gamma_e}{\frac{G_F M_Z^3}{24\sqrt{2}\pi}} - 1} + 1 \right) \quad (17)$$

berechnen. Dazu ist die genaue Kenntnis der leptonischen Partialbreite sowie der  $Z$ -Bosonen-Masse erforderlich, da  $\frac{G_F M_Z^3}{24\sqrt{2}\pi} \approx 82,9 \text{ MeV}$  nahe bei der leptonischen Partialbreite liegt. Ist diese kleiner als  $82,9 \text{ MeV}$  (was bei uns mit  $\Gamma_e \approx 80 \text{ GeV}$  gegeben ist), so wird der Term unter der Wurzel negativ und es entsteht ein komplexes Resultat für  $\sin^2 \theta_W$ . Darum wird der genannte von der PDG [3] bestimmte Referenzwert, aber die hier bestimmte  $Z$ -Bosonen-Masse. Es ergeben sich abhängig vom Vorzeichen der Wurzel

$$\sin^2 \theta_W = 0,22 \pm 0,01 \quad \text{und} \quad \sin^2 \theta_W = 0,27 \pm 0,01.$$

### 5.2. Bestimmung der Anzahl von Quarkfarben

Die hadronische Partialbreite lässt sich aus 14 bestimmen, da bis auf  $\Gamma_{\text{hadr}}$  alle Größen bekannt sind. Durch einfaches Umstellen ergibt sich

$$\Gamma_{\text{hadr}} = (1,8 \pm 0,1) \text{ GeV,}$$

die Unsicherheit wird durch gaußsche Fehlerfortpflanzung berechnet. Mit dem oben bestimmten Weinbergwinkel und Formel (15) lassen sich die Partialbreiten für up- und down-Quarks bestimmen. Daraus und aus der sich ebenfalls aus dem Standardmodell ergebenden Formel

$$\Gamma_{\text{hadr}} = N_C \cdot K_{\text{QCD}} \cdot (2\Gamma_u + \Gamma_d), \quad (18)$$

mit  $K_{\text{QCD}} \approx 1,04$ , lässt sich die Anzahl der Quarkfarben  $N_C$  bestimmen. Es ergibt sich

$$N_C = 2,9 \pm 0,2,$$

was in guter Übereinstimmung zur erwarteten Anzahl von 3 steht.

## 6. Diskussion

Die in dieser Auswertung gewonnenen Erkenntnisse stimmen mit denen aus anderen Publikationen gut überein.

Für die Zerfallsbreite des untersuchten  $Z^0$ -Bosons ergibt sich  $\Gamma_Z = (2,6 \pm 0,1) \text{ GeV}$ , die Masse zu  $M_Z = (91,18 \pm 0,04) \text{ GeV}$ . Der elektroschwache Mischungswinkel wird zu  $\sin^2 \theta_W = 0,22 \pm 0,01$  bestimmt, woraus sich für die Anzahl der Quarkfarben  $N_C = 2,9 \pm 0,2$  ergibt.

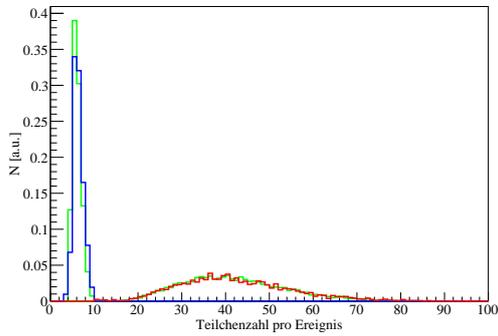
Die letzten beiden Werte ergeben sich nur aufgrund der sehr präzisen Referenzwerte – der Weinberg-Winkel lässt sich mit dem hier gefundenen Wert für  $\Gamma_e$  nicht bestimmen, da sich dann ein komplexes Ergebnis ergäbe.

Die Genauigkeit der Messungen ließe sich durch eine deutlich höhere Anzahl von detektierten Ereignissen verbessern. Insbesondere sind die systematischen Unsicherheiten meist kleiner als die zufälligen, was durch eine höhere Anzahl von Ereignissen verändert werden würde.

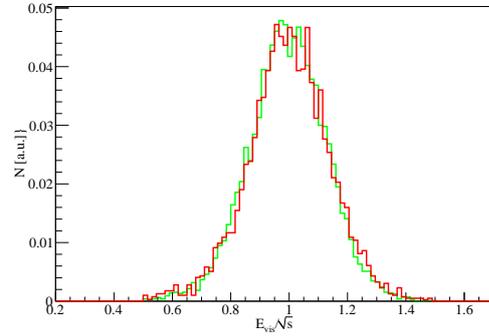
## Literatur

- [1] ZUR NEDDEN, M. und SCHWANKE, U.: Anleitung zum Versuch “ $Z^0$ -Resonanz” im Fortgeschrittenen Praktikum. 05.2010.
- [2] ADRINAI, O. *et al.*: Results from the L3 Experiment at LEP. *Physics Reports* 236(1993)1.
- [3] OLIVE, K.A. *et al.* (Particle Data Group): Chin. Phys **C38**, 090001 (2014). <http://pdg.lbl.gov/2014/listings/rpp2014-list-z-boson.pdf>.

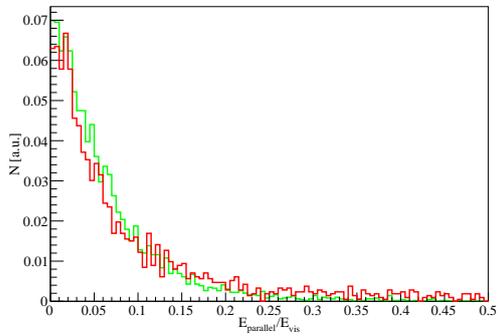
## A. Anhang



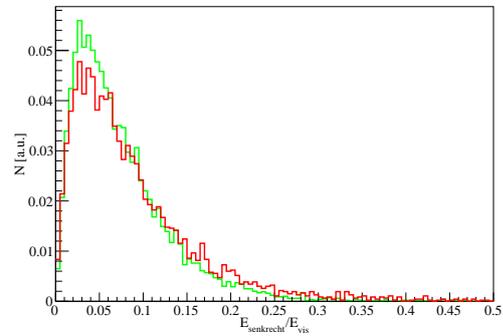
(a) Absolute Teilchenzahl bei hadronischen Ereignissen (rot).



(b) Gesamte im Detektor deponierte Energie für reale Daten und die Monte-Carlo-Daten.

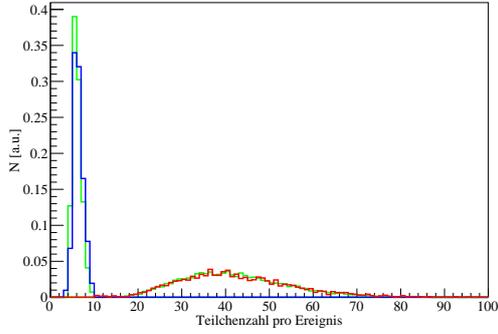


(c) Energiegleichgewicht parallel zur Strahlrichtung.

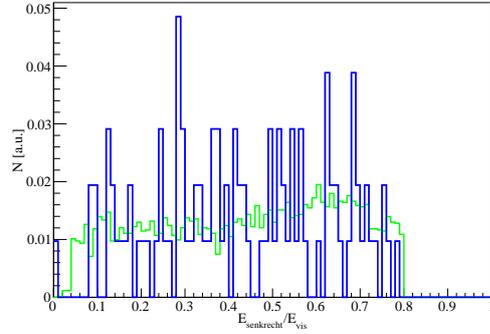


(d) Energiegleichgewicht senkrecht zur Strahlrichtung.

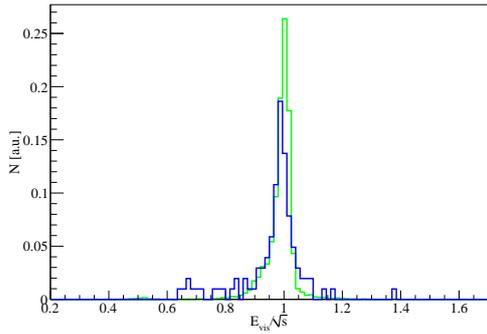
**Abb. 7:** Vergleich der Histogramme bzgl. der Selektionskriterien für hadronische Ereignisse. Es zeigt sich eine sehr gute Übereinstimmung zwischen den realen Daten (rot, bei  $\sqrt{s} \approx 91$  GeV) und den Monte-Carlo-Daten (grün). Alle Histogramme sind auf eine Fläche von 1 normiert.



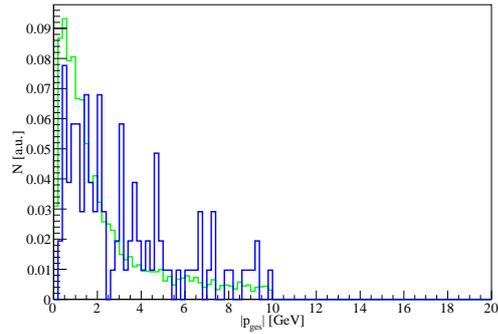
(a) Absolute Teilchenzahl bei myonischen Ereignissen (blau).



(b) Vergleich von  $\cos \theta$  zwischen realen und simulierten Daten.



(c) Gesamte im Detektor deponierte Energie für reale Daten und die Monte-Carlo-Daten.



(d) Betrag des Gesamtimpulses beider Myonen.

**Abb. 8:** Vergleich der Histogramme bzgl. der Selektionskriterien für myonische Ereignisse. Auch hier zeigt sich eine gute Übereinstimmung zwischen den realen Daten (blau, bei  $\sqrt{s} \approx 91$  GeV) und den Monte-Carlo-Daten (grün). Erstere streuen allerdings aufgrund der wenigen detektierten bzw. selektierten Ereignisse sehr viel stärker als die Monte-Carlo-Daten. Dies macht sich insbesondere im Histogramm für die Winkelabhängigkeit bemerkbar. Alle Histogramme sind auf eine Fläche von 1 normiert.