

Protokoll Grundpraktikum I: T6 Thermoelement und newtonsches Abkühlungsgesetz

Sebastian Pfitzner

25. Juni 2013

Durchführung: Sebastian Pfitzner (553983), Anna Andrle (550727)

Arbeitsplatz: Platz 3

Betreuer: Dr. Stefan Kirstein

Versuchsdatum: 19.06.2013

Inhaltsverzeichnis

1 Abstract	1
2 Messwerte und Auswertung	2
2.1 Kalibrierungskurve des Thermoelements	2
2.2 Überprüfung des newtonschen Abkühlungsgesetzes	4
3 Diskussion der Ergebnisse	6

1 Abstract

Ziel dieses Versuches ist die zeitaufgelöste Messung des Abkühlungsverhaltens zweier Messingkörper unterschiedlicher Oberfläche und gleicher Masse. Dafür wird zunächst eine Kalibrierungskurve des Thermoelements aus fünf festen Temperaturen aufgenommen, wodurch eine Umrechnung der angezeigten Spannung in Temperaturen (genauer: Temperaturdifferenzen zur Referenz, in diesem Fall Eiswasser) ermöglicht wird. Für die Bestimmung des Abkühlungsverhaltens wird die vom Thermoelement generierte Spannung in Abhängigkeit von der Zeit mit einem x-y-Schreiber aufgetragen und mit der Kalibrierungskurve umgerechnet.

Nach dem Newtonschen Abkühlungsgesetz wird eine exponentielle Abhängigkeit der Temperatur von der Zeit erwartet. Im Rahmen der Unsicherheiten wird dies im Versuch bestätigt.

2 Messwerte und Auswertung

2.1 Kalibrierungskurve des Thermoelements

Zur Bestimmung der Kalibrierungskurve des Thermoelementes werden vier Messwerte bei jeweils wohldefinierten Temperaturen gemessen. Dabei befindet sich die eine Lötstelle des Thermoelements in Eiswasser bei $T_0 = 0\text{ °C}$, um eine feste Referenz zu haben und mit Absoluttemperaturen rechnen zu können. Die vier festen Temperaturen, die die andere Lötstelle annimmt sind der Siedepunkt von Wasser sowie die Schmelztemperaturen von Zinn, Blei und Zink. Ein weiterer Messwert wurde bei Zimmertemperatur aufgenommen.

Die Siedetemperatur lässt sich leicht finden, da die Temperatur des Wassers nicht über die Siedetemperatur steigen kann. Beim Schmelzen der Metalle ist dies auch wahr, denn die Temperatur des festen Metalls bleibt solange gleich der Schmelztemperatur, bis es vollkommen verflüssigt ist, aber dieser Punkt ist nur schwer zu bestimmen. Deshalb wird die Probe solange erhitzt, bis sie vollständig geschmolzen ist und dann die zeitliche Veränderung der am Thermoelement gemessenen Spannung bestimmt. Wenn die Schmelztemperatur erreicht ist, wird sie so lange beibehalten, bis der Phasenübergang vollständig ist. Dies macht sich in einer über

T in °C	28	100	232	327	419
U_T in mV	1,1	4,2	10	15,35	21

Tab. 1: Messwerte für die Thermospannung bei bestimmten Temperaturen zur Kalibrierung des Thermoelements

einen bestimmten Zeitraum gleichbleibenden Thermospannung bemerkbar, die den gesuchten Messwert darstellt. Die Unsicherheit für die Thermospannung beträgt ein Digit, also $\pm 0,1\text{ mV}$. Aus Tabelle 1 lässt sich ein Fit mit einer quadratischen Funktion,

$$U_T = a \cdot T^2 + b \cdot T \quad (1)$$

hier mit nur zwei Parametern, da die Thermospannung bei gleicher Temperatur dem Modell entsprechend Null ist, anfertigen, aus dem dann auf die Temperatur bei einer experimentell bestimmten Thermospannung geschlossen werden kann. In Diagramm 1 finden sich diese Zusammenhänge.

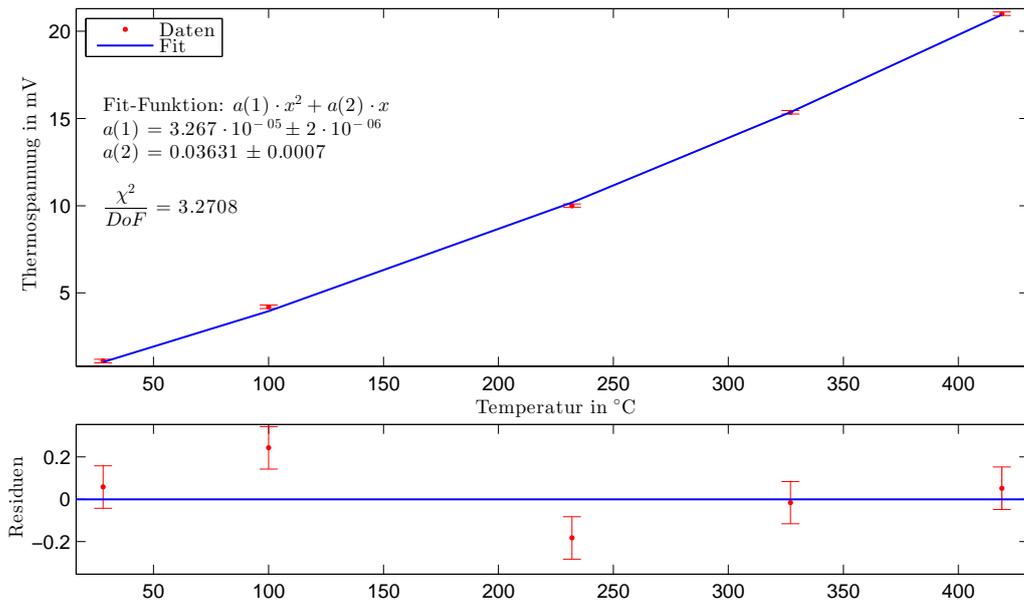


Abb. 1: Fit der experimentell bestimmten Thermospannungen in Abhängigkeit von der Temperatur

Aus der so gewonnenen Funktion lässt sich der Seebeck-Koeffizient des Thermoelementes bestimmen:

$$S(T) = \frac{dU_T}{dT} = \frac{d}{dT}(a \cdot T^2 + b \cdot T) = 2a \cdot T + b \quad (2)$$

Die Unsicherheit ergibt sich aus einer Größtfehlerabschätzung, da die Fitparameter korreliert sind. Die Unsicherheit der Temperatur T ist natürlich unbekannt, da es sich hier um das Argument der Funktion handelt. Es gilt:

$$\Delta S = |2T\Delta a| + |\Delta b| \quad (3)$$

Aus dem Fit ergeben sich die folgenden Parameter:

$$a = (3,3 \pm 0,2) \cdot 10^{-5} \frac{\text{mV}}{\text{°C}^2} \quad b = (36,3 \pm 0,7) \cdot 10^{-3} \frac{\text{mV}}{\text{°C}}$$

Aus diesen Gleichungen ergeben sich für den Seebeck-Koeffizienten bei drei Temperaturen (0 °C, 100 °C und 300 °C) folgende Werte:

$$S_0 = (36,3 \pm 0,7) \cdot 10^{-3} \frac{\text{mV}}{\text{°C}} \quad S_{100} = (42,9 \pm 1,1) \cdot 10^{-3} \frac{\text{mV}}{\text{°C}}$$

$$S_{300} = (55,9 \pm 1,9) \cdot 10^{-3} \frac{\text{mV}}{\text{°C}}$$

2.2 Überprüfung des newtonschen Abkühlungsgesetzes

Nachdem nun die Kalibrierung des Thermoelements vorgenommen wurde, kann das newtonsche Abkühlungsgesetz überprüft werden. Es besagt, dass die Temperatur eines Körpers mit der Anfangstemperatur T_0 sich nach dem folgenden Gesetz an die Raumtemperatur T_U anpasst, wenn es nur durch vorbeiströmende Luft gekühlt wird:

$$T(t) = (T_0 - T_U) \exp(-c \cdot t) + T_U \quad (4)$$

Dafür wird die Thermospannung zweier auf rund 320 °C erhitzten Messingkörper mit unterschiedlich großer Oberfläche, aber gleichem Volumen gemessen, die mit einem Lüfter gekühlt werden. Diese mit einem x-y-Schreiber aufgezeichneten Daten werden sodann digitalisiert und mit der aus Gleichung (1) gewonnenen Funktion

$$T = -\frac{b}{2a} + \sqrt{\frac{b^2}{4a^2} + \frac{U_T}{a}} \quad (5)$$

in Temperaturen umgerechnet. Mithilfe einer Größtfehlerabschätzung lässt sich die Unsicherheit jedes Temperaturwertes wie folgt schätzen:

$$\Delta T = \left| \frac{\Delta U}{2a\sqrt{\frac{b^2}{4a^2} + \frac{U}{a}}} \right| + \left| \left(\frac{b}{2a^2} + \frac{-\frac{b^2}{2a^3} - \frac{U}{a^2}}{2\sqrt{\frac{b^2}{4a^2} + \frac{U}{a}}} \right) \Delta a \right| + \left| \left(-\frac{1}{2a} + \frac{b}{4a^2\sqrt{\frac{b^2}{4a^2} + \frac{U}{a}}} \right) \Delta b \right|$$

Daraufhin können die Messwerte der ersten 580 s mit der Funktion (4) gefittet werden, woraus sich T_0 und der Parameter a ergeben. Aus (4) ergibt sich auch eine Möglichkeit zur Bestimmung der Halbwertszeit:

$$t_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln(2)}{c} \quad (6)$$

Die Unsicherheit der Halbwertszeit ergibt sich wie folgt:

$$\Delta t_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln(2)}{c^2} \Delta c$$

Dann ergibt sich aus den in den Diagrammen 2 und 3 dargestellten Fits für die beiden Körper jeweils ein Abkühlungskoeffizienten c .

Es folgen folgende Abkühlungskoeffizienten und Halbwertszeiten für den Messingkörper mit kleinerer Oberfläche K_k bzw. größerer Oberfläche K_g :

$$\begin{aligned} c_k &= (1,83 \pm 0,02) \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{s}} & t_{k,\frac{1}{2}} &= (379 \pm 4) \text{s} \\ c_g &= (2,53 \pm 0,02) \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{s}} & t_{g,\frac{1}{2}} &= (274 \pm 2) \text{s} \end{aligned}$$

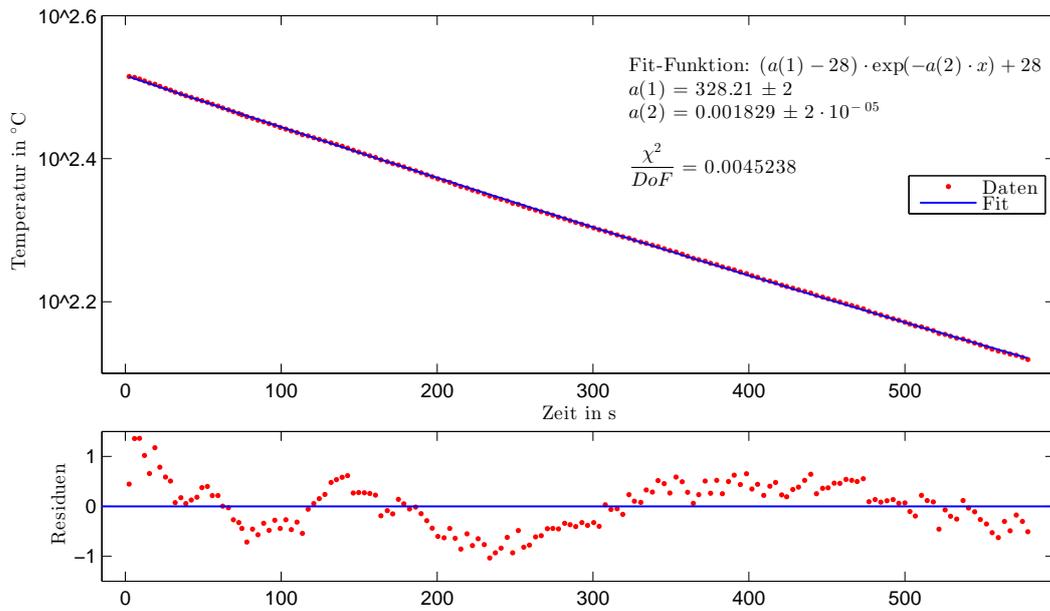


Abb. 2: semilogarithmische Darstellung des exponentiellen Fits des Abkühlverhaltens des Körpers mit kleinerer Oberfläche

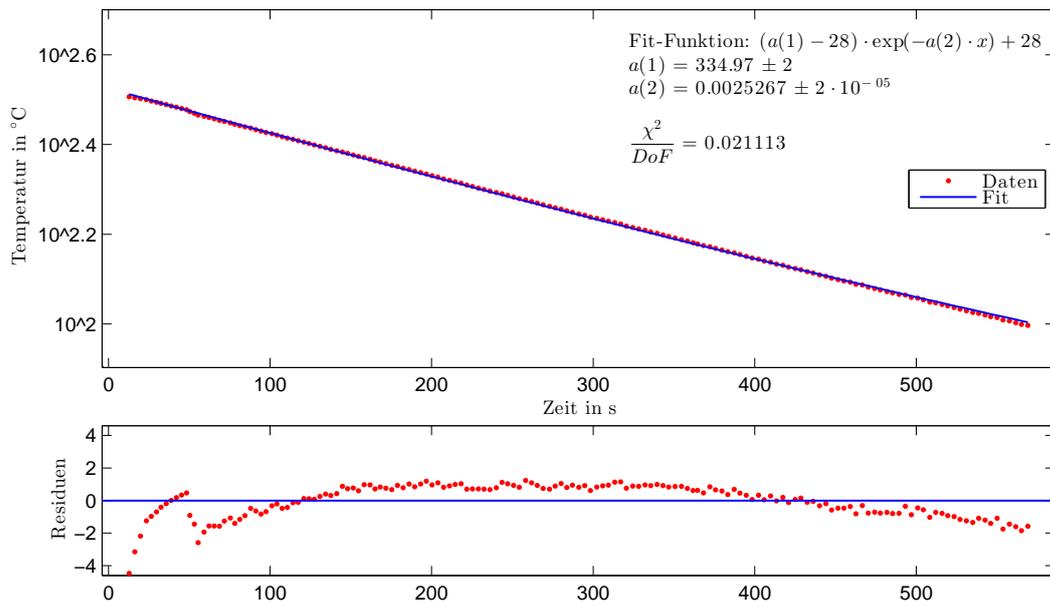


Abb. 3: semilogarithmische Darstellung des exponentiellen Fits des Abkühlverhaltens des Körpers mit größerer Oberfläche

3 Diskussion der Ergebnisse

Die vermutete quadratische Abhängigkeit der Thermospannung des Kupfer-Konstantan-Thermoelementes wird durch die Messwerte bestätigt. Der $\frac{\chi^2}{DoF}$ -Wert des in Abbildung 1 dargestellten Fits lässt darauf schließen, dass das Modell zu den Daten passt, was durch die zufällig verteilten Residuen bestärkt wird.

Die Genauigkeit der Kalibrierungskurve lässt sich durch wiederholte Messungen oder mehr Messpunkte erhöhen. Eine höhere Genauigkeit der Thermospannung ist für die genauere Bestimmung der Temperatur nicht zielführend, da die Unsicherheiten des Fits Δa und Δb hier dominieren. Der zeitliche Verlauf der Thermospannung (siehe Anhang) ermöglicht es in allen vier Fällen, die Zeitspanne konstanter Temperatur der erstarrenden Metalle zu bestimmen.

Letztendlich sind alle Unsicherheiten zu groß, da eben eine Größtfehlerabschätzung verwendet wurde und zusätzlich eine negative Korrelation zwischen den Fitparametern besteht, die die Unsicherheit weiter verkleinert.

Die exponentiellen Fits der zeitlichen Veränderung der Temperatur des Messingkörpers passen gut zu den Daten, allerdings scheinen die Unsicherheiten der Datenpunkte zu groß abgeschätzt worden zu sein, da die $\frac{\chi^2}{DoF}$ -Werte sehr viel kleiner als 1 sind.

Beim Körper mit größerer Oberfläche wird im Plot eine systematische Verteilung der Residuen deutlich. Diese ist vermutlich auf die Energieabgabe durch Wärmestrahlung zurückzuführen, deren Wärmestrom nach dem Stefan-Boltzmann-Gesetz von der Fläche des Körpers und der vierten Potenz der Absoluttemperatur abhängt. Dies erklärt höchstwahrscheinlich diese systematische Abweichung.

Der Abkühlungskoeffizient c hängt von der Größe der Kühlfläche, einigen anderen körperspezifischen Eigenschaften und der Strömungsgeschwindigkeit der Luft ab. Da bei den Körpern alle Größen bis auf die Oberfläche übereinstimmen, lässt das Verhältnis der Abkühlungsfaktoren auch Rückschlüsse auf die Oberflächen zu. Allerdings ist nicht bekannt, wie c von der Oberfläche abhängt, also lässt sich kein Verhältnis der Oberflächen ermitteln. Wenn eine lineare Abhängigkeit angenommen wird ergibt sich für das Verhältnis der Oberflächen $\frac{A_k}{A_g} = \frac{c_k}{c_g} \approx 1,4$, was realistisch erscheint. Für $c \propto A^2$ bzw. $c \propto \sqrt{A}$ ergeben sich $\frac{A_k}{A_g} \approx 1,9$ respektive $\frac{A_k}{A_g} \approx 1,2$, wobei diese Werte zu groß bzw. klein erscheinen.