

Protokoll Grundpraktikum I: T4 - Zustandsgleichung idealer Gase

Sebastian Pfitzner

9. Juni 2013

Durchführung: Sebastian Pfitzner (553983), Anna Andrle (550727)

Arbeitsplatz: Platz 2

Betreuer: Johann Usovitsch

Versuchsdatum: 05.06.2013

Inhaltsverzeichnis

1 Abstract	1
2 Messwerte und Auswertung	2
3 Diskussion der Ergebnisse	4

1 Abstract

Ziel dieses Versuchs ist die Bestimmungen des Spannungskoeffizienten γ , der für die Beschreibung der Abhängigkeit des Drucks eines idealen Gases von der Temperatur nötig ist. Hierzu wurde mit einem Jollyschen Gasthermometer der Druck von Luft in einem geschlossenen Gefäß bei konstantem Volumen gemessen. In diesem isochoren Fall gilt das Gesetz von Gay-Lussac

$$p_t = p_0 \cdot (1 + \gamma \cdot T) \quad (1)$$

so dass aus Messwerten für den Innendruck bei Eiswasser mit ungefähr $T_0 \approx 0^\circ\text{C}$ und bei siedendem Wasser bei $T_S \approx 100^\circ\text{C}$ der Spannungskoeffizient gewonnen werden kann. Wenn dann noch der Druck bei Zimmertemperatur Zimmertemperatur $T_Z = 22,5^\circ\text{C}$ bestimmt wird, ermöglicht dies eine Berechnung ebenjener.

2 Messwerte und Auswertung

Die Höhendifferenz h wurde bei Zimmertemperatur, in Eiswasser und in siedendem Wasser gemessen jeweils zehn Mal gemessen und daraus der Mittelwert sowie das Konfidenzintervall errechnet.

	$T_Z = 22,5\text{ °C}$	$T_0 \approx 0\text{ °C}$	$T_S \approx 100\text{ °C}$
i	h in cm	h in cm	h in cm
1	2,6	-3,70	23,10
2	2,5	-3,65	23,10
3	2,6	-3,60	23,15
4	2,6	-3,65	23,10
5	2,6	-3,70	23,20
6	2,6	-3,75	23,00
7	2,6	-3,70	23,10
8	2,6	-3,60	23,20
9	2,6	-3,60	23,15
10	2,6	-3,75	23,10
mean	2,59	-3,67	23,12
conf	0,01	0,02	0,02

Tab. 1: Messwerte sowie Mittelwert und Konfidenzintervall für die Steighöhen bei verschiedenen Temperaturen

Mit einem Umrechnungsfaktor von 1 mm Hg-Säule $\hat{=}$ 133,3 Pa und einer zusätzlichen Ableseungenauigkeit von $\Delta h_a = 0,5$ mm sowie einem Messgerätefehler¹ von $\Delta h_g = 10^{-3} \cdot h$ ergeben sich durch pythagoreische Addition der Unsicherheiten folgende Druckunterschiede zum Außendruck:

$$p_Z^* = (3452 \pm 83)\text{Pa} \quad p_0^* = (-4892 \pm 86)\text{Pa} \quad p_S^* = (30\,818 \pm 122)\text{Pa}$$

Der Außendruck wurde mit $p_a = (1020 \pm 1)\text{hPa} = (102\,000 \pm 100)\text{Pa}$ an einem Digital-Barometer abgelesen. Demnach gilt für die Innendrucke wegen $p_i = p_i^* + p_a$:

$$p_Z = (105\,452 \pm 183)\text{Pa} \quad p_0 = (97\,107 \pm 186)\text{Pa} \quad p_S = (132\,819 \pm 222)\text{Pa}$$

Hieraus lässt sich nun mit Hilfe von Gleichung (1) der Spannungskoeffizient bestimmen, wobei T_S die Siedetemperatur darstellt.

$$\gamma = \frac{p_S - p_0}{p_0 \cdot T_S} \quad (2)$$

¹blaues Skript, Seite 17

Die Siedetemperatur in °C lässt sich durch folgende empirische Formel um den Einfluss des Luftdrucks korrigiert berechnen:

$$T_S = \left[100 + 2,81 \cdot 10^{-4} \left(\frac{p_a}{\text{Pa}} - 10,13 \cdot 10^4 \right) \right] \text{°C} \quad (3)$$

Für die Siedetemperatur ergibt sich also

$$T_S = (100,20 \pm 0,03) \text{°C}$$

Für die Unsicherheit des Spannungskoeffizienten ergibt sich aus der gaußschen Fehlerfortpflanzung

$$\Delta\gamma = \sqrt{\left(\frac{1}{p_0 T_S}\right)^2 \cdot \Delta p_S^2 + \left(-\frac{p_S}{p_0^2 T_S}\right)^2 \cdot \Delta p_0^2 + \left(\frac{p_0 - p_S}{p_0 T_S^2}\right)^2 \cdot \Delta T_S^2}$$

woraus das vollständige Ergebnis folgt:

$$\gamma = (3,67 \pm 0,04) \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{°C}}$$

Aus diesem Wert für den Spannungskoeffizienten und der bislang nicht verwendeten Druckmessung bei Zimmertemperatur lässt sich eben jene berechnen. Dafür wird Formel (1) nach T umgestellt:

$$T_Z = \frac{p_Z - p_0}{p_0 \cdot \gamma} \quad (4)$$

Für die Unsicherheit lässt sich wiederum die gaußsche Fehlerfortpflanzung anwenden:

$$\Delta T_Z = \sqrt{\left(-\frac{p_Z}{p_0^2 \gamma}\right)^2 \cdot \Delta p_0^2 + \left(\frac{1}{p_0 \cdot \gamma}\right)^2 \cdot \Delta p_Z^2 + \left(\frac{p_0 - p_Z}{p_0 \gamma}\right)^2 \cdot \Delta \gamma^2}$$

Als vollständiges Ergebnis für die Zimmertemperatur ergibt sich daraus

$$T_Z = (23,4 \pm 0,8) \text{°C}$$

Die Messung der Raumtemperatur mit dem auch sonst verwendeten Digitalthermometer ergab

$$T_{Z,R} = (22,5 \pm 0,1) \text{°C}$$

3 Diskussion der Ergebnisse

Die Unsicherheiten der aus der Messung gewonnenen Raumtemperatur und dem Referenzwert überschneiden sich, allerdings nur sehr knapp.

Für den Spannungskoeffizienten gilt² $\gamma_R = \frac{1}{273,15\text{K}} \approx 3,66 \cdot 10^{-3} 1/^\circ\text{C}$. Der experimentell bestimmte Wert stimmt mit dieser Referenz äußerst gut überein.

Zwei systematische Fehlerquellen wurden im Versuch nicht berücksichtigt: Das Volumen der Messapparatur bleibt nicht konstant, da sich auch das Glasgefäß ausdehnt. Demzufolge liegt kein rein isochorer Vorgang vor, sodass das Gay-Lussac'sche Gesetz diesen Prozess nicht exakt beschreiben kann. Die Volumenänderung im Vergleich zum Volumen bei Raumtemperatur ist bei der Messung in siedendem Wasser größer als im Eiswasser, so dass die um diesen Einfluss bereinigten Werte einen höheren Druck bei T_S und einen etwas niedrigeren bei T_0 zeigen würden. Der Effekt ist bei größeren Temperaturdifferenzen größer, so dass die Korrektur bei T_S überwiegt. Die daraus resultierende Temperatur wäre geringer als die unkorrigierte, was aufgrund des zu hohen Wertes plausibel erscheint.

Weiterhin kann nicht sichergestellt werden, dass die Luft im Glasgefäß gleichmäßig erwärmt bzw. abgekühlt wurde. Der dadurch entstehende Effekt eines gemäßigteren Innendrucks (also kleiner bei T_S und größer bei T_0) wird aber durch das geringe Volumen der Kapillare minimiert.

Außerdem kann nicht davon ausgegangen werden, dass $T_0 = 0^\circ\text{C}$ und die Temperatur des Kolbens der Siedetemperatur von Wasser entspricht. Im Eiswasser wurde eine Temperatur von $T_0^* = 0,3^\circ\text{C}$ gemessen, während der um den Kolben aufsteigende Wasserdampf eine Temperatur haben muss als die Siedetemperatur.

Den größten Einfluss auf die Ergebnisse hat aber trotzdem die Höhenmessung, die also genauer ausgeführt werden müsste, um bessere Ergebnisse zu erhalten. Von Vorteil wären dafür ein Längenmessgerät mit feinerer Skala (also z.B. eine Messschraube) und ein sauberes Manometerrohr, sodass einerseits das Ablesen vereinfacht wird und andererseits die Gefahr, dass Quecksilbertropfen am Rohr hängenbleiben, minimiert wird.

Es erscheint wahrscheinlich, dass die Messung des Innendrucks bei Zimmertemperatur nicht ganz exakt erfolgt ist, da der aus den anderen beiden Messungen bestimmte Spannungskoeffizient gut mit dem erwarteten Wert übereinstimmt und deshalb zu erwarten wäre, dass die Abweichung bei der Errechnung der Temperatur geringer ausfallen würde.

²Demtröder, Experimentalphysik 1: Mechanik und Wärmelehre, 5. Auflage, Seite 289