

E-Praktikum

Elektrische Signale, Messgeräte und passive Netzwerke

Anna Andrle (550727), Sebastian Pfitzner (553983)

Gruppe 12

15. Mai 2015

Abstract

In diesem Versuch wird das Verhalten verschiedener Messgeräte zur Messung von Wechsel- und Gleichspannungen untersucht – insbesondere im Hinblick auf die Verfälschung von Messwerten durch den Messvorgang. Es werden weiterhin frequenz- und frequenzunabhängige Spannungsteiler sowie Kombinationen davon untersucht. Ein hochohmiger Spannungsteiler und ein Tiefpass werden auf einem Steckbrett aufgebaut und Frequenz- und Phasengang des letzteren vermessen. Verschiedene Vierpolkombinationen werden simuliert und ebenfalls in Bezug auf ihre Frequenzabhängigkeit untersucht.

Inhaltsverzeichnis

1. Messgeräte	1
2. Sollwert-Anzeige am Generator	1
3. Hochohmiger Spannungsteiler	3
4. Frequenzabhängiger Spannungsteiler	5
5. Simulation verschiedener Vierpole	7
5.1. Frequenzabhängiger Spannungsteiler	7
5.2. Frequenzab- und frequenzunabhängiger Spannungsteiler	8
5.3. Mehrstufiger frequenzabhängiger Spannungsteiler	9
5.3.1. Optimierter mehrstufiger Tiefpass	10
6. Fazit	11
A. Messwerttabellen	11

1. Messgeräte

In diesem Versuch stehen als Messgeräte zwei Digital-Multimeter (DMM) (True RMS Digitalmultimeter EX 330, Extech Instruments und GS 6510 Voltcraft), ein digitales Oszilloskop (GDS-1022 GW Instek) und ein Funktionsgenerator (AFG-2005 GW Instek) zu Verfügung. Mit fast jedem Multimeter kann man den elektrischen Strom und die elektrische Spannung messen. Zusätzlich gibt es Geräte, mit denen man die Kapazität, den Widerstand und manchmal die Induktivität oder Temperatur messen kann.

Als weiteres Messgerät wird ein Oszilloskop benutzt. Das ist ein elektronisches Messgerät, das den zeitlichen Verlauf einer oder mehrerer elektrische Spannungen ("Kanäle") misst. Es kann so die Art der Wechselspannung untersucht werden (Rechteck, Sinus ...), während beim Multimeter meistens nur der Effektivwert der Spannung angezeigt wird. Ein Oszilloskop kann entweder AC oder DC gekoppelt werden; bei der AC-Kopplung wird der Gleichspannungsanteil der Wechselspannung unterdrückt (indem ein Kondensator als Hochpass verwendet wird), während bei der DC-Kopplung alle Anteile des Eingangssignals gemessen werden.

Die Messunsicherheit der Messgeräte wird den Handbüchern entnommen: Daraus folgt für das DMM EX 330 für eine Gleichstrommessung $u_{DC} = \pm(1\% \cdot \text{reading} + 2 \text{ Digits})$ und für eine Wechselstrommessung $u_{AC} = \pm(1,5\% \cdot \text{reading} + 3 \text{ Digits})$. Für das Oszilloskop folgt für die vertikalen Messwerte $u_{ver} = \pm(3\% \cdot \text{reading} + 1 \text{ mV})$ und für die horizontalen $u_{hor} = \pm(0,01\%)$. Die Messunsicherheit des GS 6510 wird auf 3% abgeschätzt. Die Unsicherheit des Funktionsgenerators wird im Folgenden vernachlässigt.

Auf ausführliche Fehlerbetrachtungen oder gar Fehlerrechnungen soll im Folgenden verzichtet werden, da hier nur qualitative und keine quantitativen Analysen durchgeführt werden.

2. Sollwert-Anzeige am Generator

Am Funktionsgenerator lassen sich verschiedene Sollwerte für Spannung, Frequenz und Signalform einstellen. Dabei gibt U_{pp} (peak-to-peak) den Unterschied zwischen minimalem und maximalem Wert einer Wechselspannung an, welche auch die doppelte Amplitude $U_{pp} = 2\hat{u}$ ist. Der U_{rms} (root-mean-square) Wert ist der Effektivwert der Wechselspannung. Bei einer sinusförmigen Spannung folgt der Wert aus $U_{rms} = \hat{u}/\sqrt{2}$ mit \hat{u} als Amplitude – allgemein gilt

$$U_{rms} = \frac{1}{T} \int_0^T u(t)^2 dt. \quad (1)$$

Die Einheit dBm (Dezibel Milliwatt) gibt das Verhältnis einer Leistung P im Vergleich zur Bezugsleistung von 1 mW an. Der Wert wird durch

$$a = 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{P}{1 \text{ mW}}\right) \quad (2)$$

berechnet. Die Leistung, die der Generator an einem beliebigen Widerstand R als Wärme abgibt, kann man mit folgender Gleichung berechnen:

$$p(t) = i(t) \cdot u(t) = \frac{u^2(t)}{R}. \quad (3)$$

Der abgeben Leistungspegel bei einem 560Ω Widerstand folgt dann aus

$$L_p = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{P}{P_0} \right) = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{U^2}{R \cdot P_0} \right), \quad (4)$$

wobei P_0 die Bezugsleistung ist.

Es gibt einen Lastwiderstand, bei dem die vom Generator abgegebene Leistung maximal wird. Diese Leistungsanpassung liegt genau dann vor, wenn der Innenwiderstand R_i und der Lastwiderstand R_L gleich sind. Die Spannung über dem Lastwiderstand ist dann die Hälfte der Leerlaufspannung des Generators.

Das Widerstandsverhältnis für die Leistungsmaximierung folgt aus:

$$P_L = U_L \cdot I = R_L \cdot I^2 = U_0^2 \frac{R_L}{(R_i + R_L)^2} \quad (5)$$

und

$$\frac{\partial P_L}{\partial R_L} = U_0^2 \frac{(R_i + R_L) - 2R_L}{(R_i + R_L)^2} = 0 \quad (6)$$

Offensichtlich löst $R_i = R_L$ Gleichung 6 für die maximale Leistungsabgabe.

Für die folgenden Messungen wird das jeweilige Messgerät direkt an die Spannungsversorgung angeschlossen. Wenn man sich die Messwerte in Tabelle 2 anschaut, kann man feststellen, dass das Oszilloskop und das DMM einen etwa doppelten so großen Wert anzeigen, wie laut Generator zu erwarten wäre (nach Umrechnung von U_{pp} in U_{rms}).

Dieser Unterschied hängt mit dem Innenwiderstand des Generators und dem Innenwiderstand der Messgeräte zusammen. Der Generator hat laut Datenblatt einen Innenwiderstand von $R_i = 10\Omega$. Dieser ist sehr viel kleiner als die Innenwiderstände der Messgeräte: Der Innenwiderstand des DMM EX 330 ist $R_i = 10\text{M}\Omega$ und der des Oszilloskops ist $R_i = 1\text{M}\Omega$. Die Sollwertanzeige des Funktionsgenerators ist so kalibriert, dass die angezeigte Spannung für $R_i \approx R_L$ korrekt ist, denn nur dann treten keine Signalreflektionen aufgrund der unterschiedlichen Impedanzen auf und außerdem ist nur dann die abgegebene Leistung (siehe oben) maximal – im Allgemeinen sind beide Eigenschaften erwünscht, insbesondere die erste.

Das Multimeter misst bei einer Wechselspannung in AC-Kopplung immer den V_{rms} Wert. Misst man dagegen in DC-Kopplung eine Wechselspannung, dann kommt ungefähr 0 V raus. Wenn am Funktionsgenerator ein Offset eingestellt wird, also zusätzlich eine Gleichspannung, und mit dem Multimeter in DC-Kopplung misst, dann wird wieder ungefähr der doppelte Wert angezeigt (siehe Tabelle 2). Auch hier lässt sich das mit dem schon oben beschrieben Unterschied zwischen Innenwiderstand des Generators und der Messgeräte begründen. In der AC-Kopplung misst das Multimeter wieder die selbe

Spannung wie ohne Offset. Das Oszilloskop misst dagegen einen etwas vergrößerten Wert. Wenn man am Funktionsgenerator die Amplitude der Wechselspannung nahe 0 legt, misst man mit den Geräten in AC-Kopplung fast keine Spannung mehr, während in der DC-Kopplung die Werte im Rahmen der Unsicherheit dem Offset entsprechen.

3. Hochohmiger Spannungsteiler

Ein Spannungsteiler besteht aus mehreren Widerständen in Reihenschaltung, an denen die Gesamtspannung U_{ges} in Teilspannungen aufgeteilt wird.

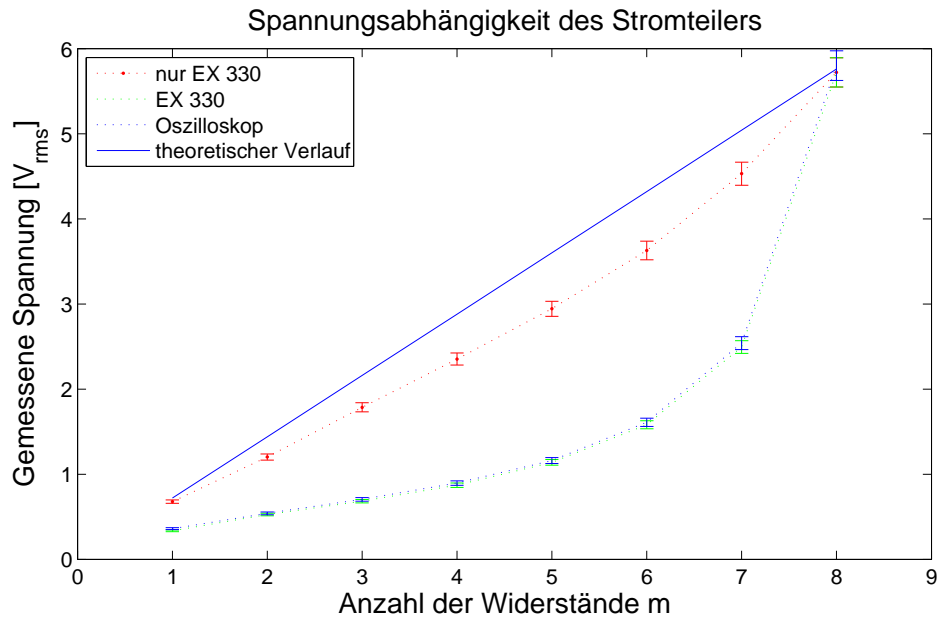


Abb. 1: Abhängigkeit des Spannungsteiler von der Anzahl der Widerstände, über denen die Spannung gemessen wird, und den benutzten Messgeräten.

Es gilt allgemein für die Spannung über dem m -ten Widerstand eines Spannungsteilers, der aus n hintereinander geschalteten Widerständen besteht:

$$U_m = U_0 \frac{R_m}{R_1 + R_2 + \dots + R_n}. \quad (7)$$

In diesem Versuch werden $R_1 = R_2 = \dots = R_n = 1 \text{ M}\Omega$ Widerstände benutzt. Daraus folgt für den Spannungsabfall über den ersten m Widerständen:

$$U_{\bar{m}} = m \cdot U_m = U_0 \frac{m}{n} = U_0 \frac{m}{8}. \quad (8)$$

Es wird erst nur mit dem DMM und danach mit einer Parallelschaltung von DMM und Oszilloskop gemessen. Bei dem Generator wird eine Spannung $U_{pp} = 8 \text{ V}$ und eine

Frequenz von $f = 800 \text{ Hz}$ eingestellt. Die errechneten Werte für die RMS-Spannung folgen aus

$$U_{calc} = \frac{U_{pp}}{\sqrt{2}}. \quad (9)$$

Der Faktor $1/\sqrt{2}$ sorgt für eine direkte Vergleichbarkeit mit den Messwerten.

Bei der Messung ist der Innenwiderstand des Messgerätes von $R_i = 10 \text{ M}\Omega$ gegenüber dem Widerstand des Spannungsteilers nicht vernachlässigbar, was man dem Graphen 1 entnehmen kann. Durch die Parallelschaltung des Oszilloskop mit dem DMM folgt für den Gesamtinnenwiderstand:

$$R_{iges} = \frac{1}{\frac{1}{R_{iDMM}} + \frac{1}{R_{iOszi}}} = 0,9 \text{ M}\Omega \quad (10)$$

Dieser liegt in der selben Größenordnung wie die benutzten Widerstände. Das führt dazu, dass die Messgeräte einen deutlichen Einfluss auf die Messung nehmen, was in dem Graph am deutlich anderen Kurvenverlauf zu erkennen ist.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass man bei den Messungen darauf achten sollte, dass der Lastwiderstand und der Gesamtwiderstand des Systems kleiner ist als die Innenwiderstände der Messgeräte, da es sonst zu einer Beeinflussung der Messung kommt.

4. Frequenzabhängiger Spannungsteiler

Ein Vierpol wird allgemein durch die Übertragungsfunktion charakterisiert. Handelt es sich, wie beim hier betrachteten RC -Glied, um einen Filter, lässt sich eine charakteristische Frequenz bestimmen (Grenzfrequenz für Hoch- und Tiefpass, Mittenfrequenz für Bandpass bzw. Notch-Filter). Ein weiteres charakteristisches Merkmal für Filter sind ihr Phasengang (also die Phasenverschiebung zwischen Ein- und Ausgangssignal) und sowie die Dämpfung (typischerweise -20Db/Dekade für Hoch- und Tiefpass erster Ordnung).

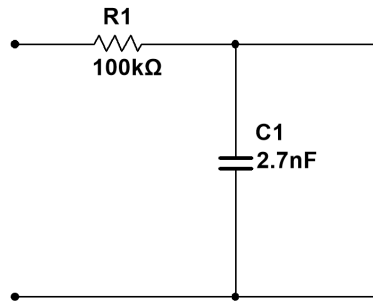


Abb. 2: Schaltplan des frequenzabhängigen Spannungsteilers.

Im Folgenden soll das in Abbildung 2 dargestellte RC -Glied untersucht werden. Die Übertragungsfunktion ist durch

$$T(\omega) = \left| \frac{U_{\text{aus}}(\omega)}{U_{\text{ein}}(\omega)} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} \quad (11)$$

gegeben. Daraus ergibt sich für die Grenzfrequenz $f_c = \omega_0/2\pi$

$$f_G = \frac{1}{2\pi RC} \quad (12)$$

Es wird $R = 100\text{k}\Omega$ und $C = 2,7\text{nF}$ gewählt, sodass sich als Grenzfrequenz $f_G = 590\text{Hz}$ ergibt. Beim Nachmessen der Kapazität des Kondensators ergibt sich ein Wert von $C_{\text{ge}} = 3,1\text{nF}$, was die theoretische Grenzfrequenz zu rund 506Hz verringert.

Es wird mit dem zur Verfügung stehenden Oszilloskop die (sinusförmige) Ein- und die Ausgangsspannung sowie die Zeitverschiebung zwischen zwei Nulldurchgängen des nach Abbildung 2 aufgebauten Vierpols mit verschiedenen angeschlossenen Lasten in einem Frequenzbereich von 10Hz bis $20\,480\text{Hz}$ gemessen.

Die so gewonnenen Ergebnisse für $T(\omega)$ und die Phasenverschiebung zwischen Ein- und Ausgangsspannung sind in Abbildung 3 dargestellt. Die Grenzfrequenzen werden bestimmt, indem die Messwerte $T(\omega)$ interpoliert werden und die Frequenz bestimmt wird, bei der eine Dämpfung von -3Db gegenüber dem Grenzfall von $f \rightarrow 0$ auftritt.

Bei kleinerem Lastwiderstand lässt sich eine Veränderung der Übertragungsfunktion beobachten: Der Maximalwert des Verhältnisses von Aus- zu Eingangsspannung sinkt, während sich die Grenzfrequenz zu höheren Frequenzen verschiebt.

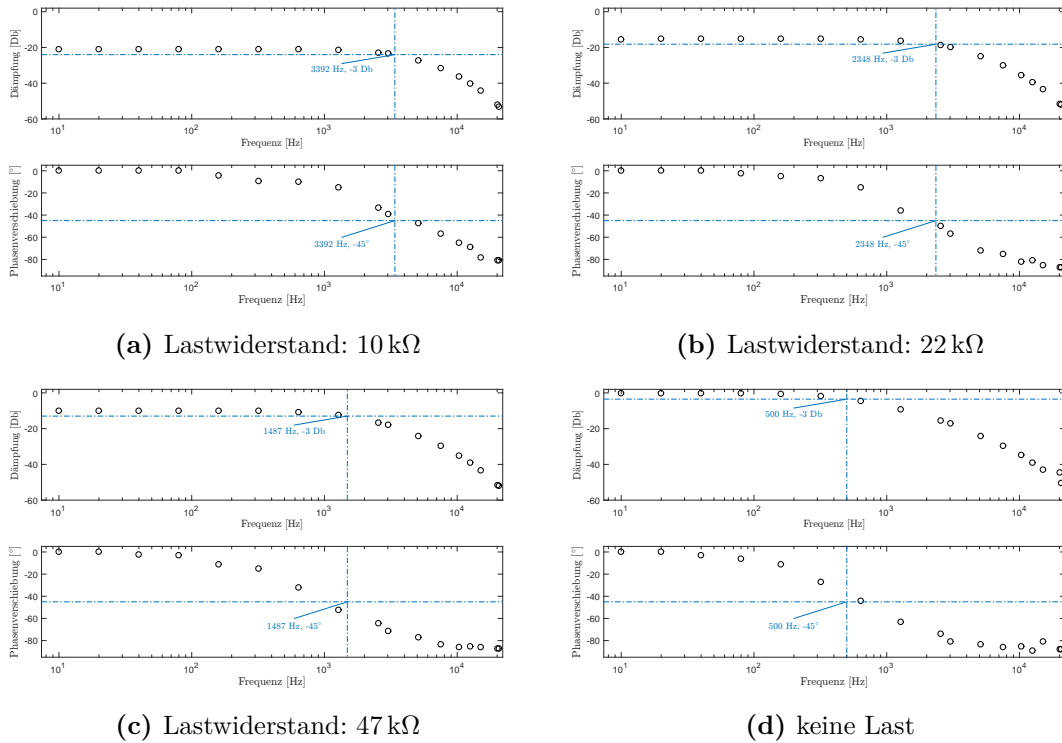


Abb. 3: Bodeplots für Lastwiderstände von $10\text{ k}\Omega$, $22\text{ k}\Omega$, $47\text{ k}\Omega$ und ohne Last. Messwerte in Tabellen 3 bis 6.

Ganz ohne Last ergibt sich als Grenzfrequenz 500 Hz , was gut mit dem oben ermittelten theoretischen Wert übereinstimmt.

Wird die Eingangsspannung nun zu einer Rechteckspannung geändert, lässt sich die Verzerrung des Signals beurteilen. Diese kann sowohl durch eine Betrachtung im Zeit- als auch im Frequenzraum begründet werden:

Im Zeitraum kann die Rechteckspannung als periodisches An- und Ausschalten einer Gleichspannung angesehen werden. Ohne Lastwiderstand lässt sich das zeitliche Verhalten der Spannung also durch den Auf- bzw. Entladevorgang eines Kondensators beschreiben. Bei niedrigen Frequenzen der Rechteckspannung ist die Zeitkonstante der RC-Schaltung klein gegenüber der Periodendauer, sodass keine sichtbare Verzerrung entsteht - obwohl sie natürlich existiert. Bei höheren Frequenzen dagegen wird der Lade-/Entladevorgang nicht vollständig ausgeführt, sondern vorzeitig abgebrochen - im Extremfall entsteht so ein dreieckiger Spannungsverlauf.

Im Frequenzraum lässt sich der oben beschriebenen Sachverhalt etwas eleganter erklären: Die Fouriertransformation eines Rechtecksignals enthält viele hochfrequente Anteile, die für den scharfen Verlauf des Signals sorgen. Das hier verwendete RC-Glied fungiert als Tiefpass, d.h. ebendiese Anteile werden gedämpft, sodass das rechteckige Signal verzerrt wird.

5. Simulation verschiedener Vierpole

5.1. Frequenzabhängiger Spannungsteiler

Die im vorherigen Kapitel aufgebaute Schaltung wird im Folgenden mit *NI Multisim* simuliert.

Es ergeben sich die in Abbildung 4 dargestellten Frequenz- bzw. Phasengänge. Auch hier wird offensichtlich, dass sich die Grenzfrequenz bei steigender Last zu höheren Frequenzen verschiebt und die Ausgangsspannung auch bei Frequenzen deutlich unter der Grenzfrequenz immer kleiner wird – dies lässt sich dadurch erklären, dass bei diesen Frequenzen der Kondensator einen im Vergleich zur Last sehr großen Widerstand hat und demzufolge R_1 im RC -Glied und der Lastwiderstand R_L einen Spannungsteiler bilden. Ist R_L nun kleiner als R_1 (wie in allen hier gezeigten Beispielen), so fällt über R_1 eine größere Spannung ab. Für $R_1 = R_L$ (grüne Kurve) ist die Ausgangsspannung genau die Hälfte der Eingangsspannung, also um -6 Db gedämpft.

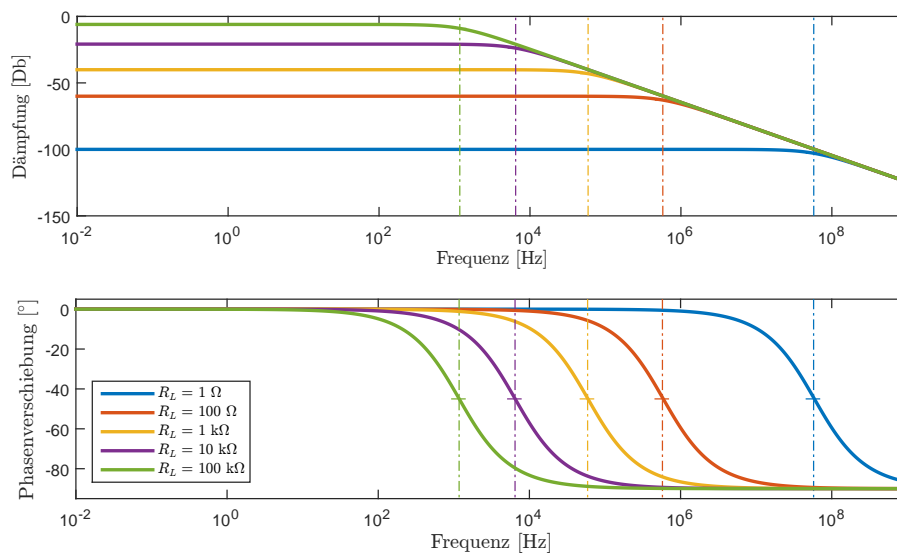


Abb. 4: Simulierte Bodeplots für verschiedene Lastwiderstände. Die jeweilige Grenzfrequenz ist eingezeichnet.

Auch hier ergeben sich Verzerrungen eines rechteckförmigen Eingangssignals, sobald dessen Frequenz in die Größenordnung der Grenzfrequenz kommt.

5.2. Frequenzab- und frequenzunabhängiger Spannungsteiler

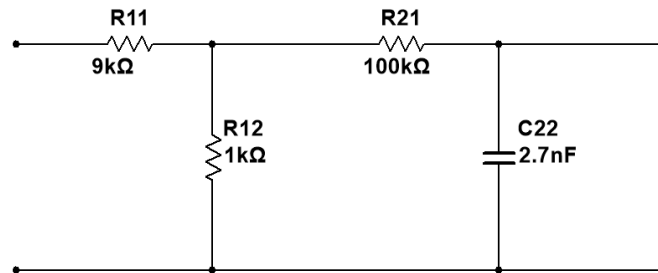


Abb. 5: Hintereinanderschaltung eines frequenzunabhängigen Spannungsteilers und eines Tiefpasses.

Hier wird nun vor den im vorigen Abschnitt beschriebenen frequenzabhängigen Spannungsteiler noch ein regulärer, frequenzunabhängiger Spannungsteiler gesetzt (siehe Abbildung 5). Bei diesem soll nun ein Teilverhältnis von 10 : 1 herrschen, so dass also $R_{12}/(R_{11} + R_{12}) = 1/10$; R_{12} wird über mehrerer Größenordnungen variiert, während R_{11} angepasst wird.

Die Bodeplots des in Abbildung 5 dargestellten Vierpols ändert sich für die verschiedenen Widerstandswerte von R_{12} trotz gleichbleibendem Teilverhältnis, wie in Abbildung 6 deutlich wird.

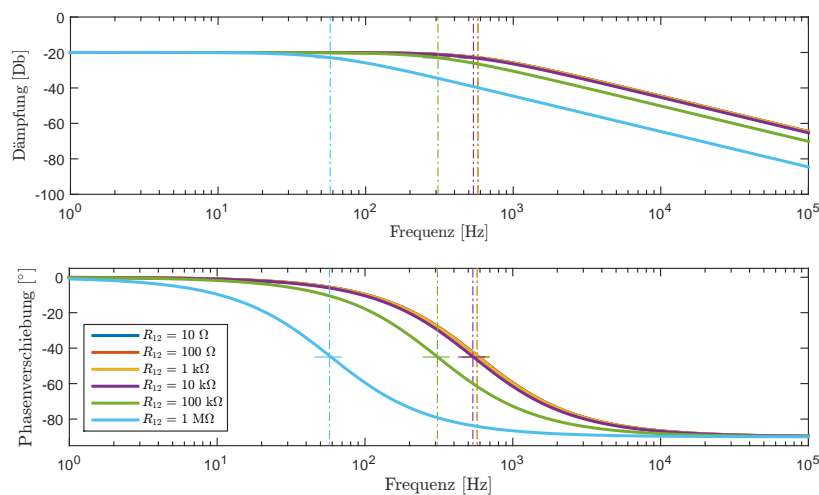


Abb. 6: Simulierte Bodeplots für verschiedene Widerstände R_{11} und R_{12} bei gleichbleibendem Teilverhältnis. Die jeweilige Grenzfrequenz ist eingezeichnet.

Dieses Verhalten lässt sich leicht erklären, indem die Widerstände R_{11} , R_{12} und R_{21} zu einem effektiven Widerstand zusammengefasst werden. Für dessen Wert ergibt sich dann aus den Kirchhoffschen Regeln

$$R_{\text{eff}} = R_{21} + \frac{R_{11} \cdot R_{12}}{R_{11} + R_{12}}. \quad (13)$$

Die Grenzfrequenz des so entstehenden Tiefpasses hängt demzufolge von der Dimensionierung von R_{11} und R_{12} ab – insbesondere verringert sie sich gegenüber dem einzelnen stehenden RC -Glied.

5.3. Mehrstufiger frequenzabhängiger Spannungsteiler

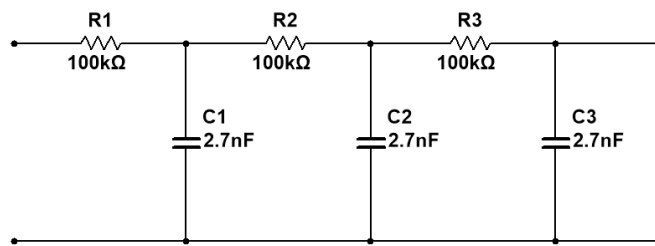


Abb. 7: Hintereinanderschaltung von drei frequenzabhängigen Spannungsteilern.

Durch das hintereinander schalten mehrere frequenzabhängiger Spannungsteiler lässt sich, wie in Abbildung 7 gezeigt, ein Tiefpass höherer Ordnung aufbauen.

In erster Näherung ergibt sich die Übertragungsfunktion des n -stufigen Tiefpasses durch die Multiplikation der Übertragungsfunktionen der einzelnen Stufen. Dies kann aber, wie im vorigen Abschnitt gezeigt, nur eine Näherung sein: Der Innenwiderstand des $(i - 1)$ -ten Tiefpasses kann den i -ten Tiefpass signifikant beeinflussen.

Um das frequenzabhängige Verhalten dieser Tiefpass-Kaskade beurteilen zu können, werden drei Bodeplots aufgenommen: Einer über den ersten Tiefpass, einer über die ersten beiden und einer über alle drei. Die so erhaltenen Bodeplots sind in Abbildung 8a dargestellt.

Für den einstufigen Tiefpass ergibt sich wie gehabt eine maximale Phasenverschiebung von -90° , während sie für den zweistufigen Tiefpass auf -180° und für den dreistufigen auf -270° steigt. Dies erscheint logisch, da im dreistufigen Tiefpass (als Hintereinanderschaltung von drei RC -Gliedern) auch die Phasenverschiebung drei mal eingeht. Allerdings ist weder der Verlauf der Übertragungsfunktion noch der der Phasenverschiebung so glatt und einfach zu beschreiben wie bisher – es sind Knicke zu erkennen.

Weiterhin verschiebt sich die Grenzfrequenz des Tiefpasses bei steigender Ordnung zu niedrigeren Frequenzen, was auch der Theorie entspricht: Die Hintereinanderschaltung

von drei Tiefpässen mit einer Grenzfrequenz von $f_{\text{einzel}}n$ ergibt bei dieser Frequenz in erster Näherung eine Dämpfung von $3 \cdot T(f_{\text{einzel}}) = -9 \text{ Db}$, sodass sich die Grenzfrequenz des mehrstufigen Tiefpasses zu niedrigeren Frequenzen verschiebt.

Diese Näherung beschreibt den hier untersuchten mehrstufigen Tiefpass nicht exakt, da bei der Grenzfrequenz der einzelnen RC -Glieder von $f_{\text{einzel}} \approx 590 \text{ Hz}$ eine Dämpfung von 11 Db auftritt.

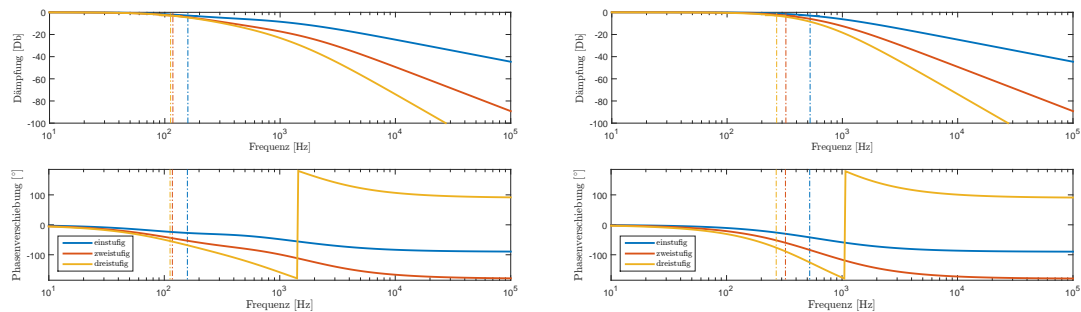
Im Vergleich zum einfachen Tiefpass sind die Verzerrungen beim dreistufigen Tiefpass stärker ausgeprägt, zeigen aber qualitativ das gleiche Verhalten.

5.3.1. Optimierter mehrstufiger Tiefpass

Ein mehrstufiger Tiefpass mit “besserem”, also eher der obigen Näherung entsprechendem Verhalten, lässt sich konstruieren, indem die ohmschen Widerstände in jedem RC -Glied um den Faktor 10 vergrößert werden, während die Zeitkonstante gleich bleibt. Dadurch ist die Last hinter jedem einzelnen Tiefpass klein, sodass es möglich ist, alle RC -Glieder einzeln zu betrachten (wie in der oben geschehen). Tatsächlich ergibt sich jetzt eine Dämpfung von $T(f_{\text{einzel}}) \approx -9,8 \text{ Db}$, was dem theoretischen Wert von -9 Db recht nahe kommt.

Der Phasengang zeigt das gleiche Verhalten wie im “unoptimierten” Fall, weist allerdings keine Knicke auf (siehe auch Abbildung 8b). Die gilt auch für die Übertragungsfunktion; direkt oberhalb der Grenzfrequenz dämpft der “optimierte” Tiefpass stärker als der “unoptimierte”, auch wenn das asymptotische Verhalten der Dämpfung in beiden Fällen mit -60 Db/Dekade beschrieben werden kann.

Auch hier wird das Rechtecksignal verzerrt, ähnlich wie im “unoptimierten” mehrstufigen Tiefpass oben.



(a) Drei mal $R = 100 \text{ k}\Omega$, $C = 2,7 \text{ nF}$.

(b) $R_1 = 100 \text{ k}\Omega$, $C_1 = 2,7 \text{ nF}$;
 $R_2 = 1 \text{ M}\Omega$, $C_2 = 0,27 \text{ nF}$;
 $R_3 = 10 \text{ M}\Omega$, $C_3 = 0,027 \text{ nF}$

Abb. 8: Bodeplots mehrstufiger RC -Glieder.

6. Fazit

In diesem Versuch wird deutlich, dass die Innenwiderstände – sowohl der Spannungsversorgung als auch der Messinstrumente – beachtet werden müssen, da Messungen sonst stark verfälscht werden können. Weiterhin zeigt sich, dass Vierpole oft nicht in Isolation betrachtet werden können, da sich ihr Verhalten in Abhängigkeit vom Innenwiderstand der Spannungsversorgung und der Last teilweise sehr stark ändert und dann nicht mehr durch einfache Näherungen beschrieben werden kann. Diese Problematik ergibt sich insbesondere auch bei mehrstufigen Spannungsteilern, deren Innenwiderstände allerdings so dimensioniert werden können, dass jedes RC -Glied eine niederohmige Spannungsversorgung und einen hohen Lastwiderstand “sieht”.

A. Messwerttabellen

Gerät	AC Messung/Kopplung [V_{rms}]	DC Messung/Kopplung [V]
	Spannung am Generator $V_{pp} = 2\text{ V}$	Frequenz $f = 1000\text{ Hz}$
EX 330	$1,472 \pm 0,025$	$0,0116 \pm 0,0003$
GS6510	$1,487 \pm 0,045$	$0,0115 \pm 0,0003$
GDS - 1022	$1,52 \pm 0,05$	$20,0 \pm 0,0006$
$U_{pp} = 2\text{ V}$	Gleichspannung $U_{DC} = 1\text{ V}$	$f = 1000\text{ Hz}$
EX 330	$1,403 \pm 0,024$	$2,059 \pm 0,023$
GS6510	$1,419 \pm 0,043$	$2,04 \pm 0,06$
GDS - 1022	$2,50 \pm 0,08$	$2,01 \pm 0,07$
$U_{pp} = 0,2\text{ V}$	$U_{DC} = 1\text{ V}$	$f = 1000\text{ Hz}$
EX 330	$0,138 \pm 0,002$	$2,064 \pm 0,023$
GS6510	$0,1432 \pm 0,0043$	$2,05 \pm 0,06$
GDS - 1022	$0,335 \pm 0,011$	$2,07 \pm 0,07$
$U_{pp} = 0,001\text{ V}$	$U_{DC} = 1\text{ V}$	$f = 1000\text{ Hz}$
EX 330	$0,000001 \pm 0,000001$	$2,063 \pm 0,023$
GS6510	$0,000300 \pm 0,000009$	$2,05 \pm 0,06$
GDS - 1022	$0,295 \pm 0,010$	$2,06 \pm 0,07$

Tab. 1: Direkte Messung der Ausgangsspannung des Funktionsgenerators mit verschiedenen Messgeräten.

\bar{m}	1	2	3	4	5	6	7	8
$U_{calc} [V_{rms}]$	0,707	1,414	2,121	2,828	3,536	4,243	4,950	5,657
nur DMM [V_{rms}]	0,678	1,202	1,786	2,353	2,944	3,628	4,53	5,72
DMM [V_{rms}]	0,335	0,526	0,683	0,871	1,139	1,580	2,493	5,720
Oszi [V_{rms}]	0,360	0,540	0,704	0,896	1,160	1,610	2,540	5,800

Tab. 2: Messung des Spannungsabfalls über die ersten m Widerstände eines hochohmigen Spannungsteilers mit $R_i = 1\text{ M}\Omega$ und vergleich mit den theoretischen Werten.

f [Hz]	U_{aus} [V]	U_{ein} [V]	U_{aus}/U_{ein}	Δt [μs]	φ [$^\circ$]
10	5,65	5,81	0,972	0	0,0
20	5,65	5,74	0,984	0	0,0
40	5,64	5,72	0,986	-200	-2,9
80	5,58	5,71	0,977	-200	-5,8
160	5,36	5,7	0,940	-200	-11,5
320	4,71	5,69	0,828	-250	-28,8
640	3,43	5,68	0,604	-200	-46,1
1280	2,001	5,67	0,353	-150	-69,1
2560	0,979	5,74	0,171	-80	-73,7
3000	0,82	5,78	0,142	-75	-81,0
5120	0,387	6,07	0,064	-45	-82,9
7500	0,215	6,41	0,034	-30	-81,0
10240	0,1218	6,76	0,018	-25	-92,2
12500	0,078	6,98	0,011	-20	-90,0
15000	0,052	7,16	0,007	-15	-81,0
20000	0,0425	7,2	0,006	-12	-86,4
20480	0,0216	7,18	0,003	-12	-88,5

Tab. 3: Messwerte zu Ausgangs- und Eingangsspannung sowie Phasendifferenz am Tiefpass ohne Last.

f [Hz]	U_{aus} [V]	U_{ein} [V]	$U_{\text{aus}}/U_{\text{ein}}$	Δt [μs]	φ [$^\circ$]
10	0,51	5,81	0,088	0	0,0
20	0,51	5,74	0,089	0	0,0
40	0,51	5,72	0,089	0	0,0
80	0,51	5,71	0,089	0	0,0
160	0,51	5,7	0,089	-70	-4,0
320	0,508	5,69	0,089	-80	-9,2
640	0,502	5,68	0,088	-45	-10,4
1280	0,481	5,67	0,085	-30	-13,8
2560	0,415	5,74	0,072	-35	-32,3
3000	0,389	5,78	0,067	-35	-37,8
5120	0,266	6,07	0,044	-25	-46,1
7500	0,169	6,42	0,026	-20	-54,0
10240	0,102	6,77	0,015	-17	-62,7
12500	0,069	6,99	0,010	-15	-67,5
15000	0,045	7,16	0,006	-15	-81,0
20000	0,018	7,21	0,002	-11	-79,2
20480	0,016	7,19	0,002	-11	-81,1

Tab. 4: Messwerte zu Ausgangs- und Eingangsspannung sowie Phasendifferenz am Tiefpass mit $R_L = 10\text{k}\Omega$.

f [Hz]	U_{aus} [V]	U_{ein} [V]	$U_{\text{aus}}/U_{\text{ein}}$	Δt [μs]	φ [$^\circ$]
10	0,999	5,81	0,172	0	0,0
20	1	5,74	0,174	0	0,0
40	1,001	5,72	0,175	0	0,0
80	1	5,71	0,175	-70	-2,0
160	0,999	5,7	0,175	-85	-4,9
320	0,992	5,69	0,174	-60	-6,9
640	0,968	5,68	0,170	-65	-15,0
1280	0,885	5,67	0,156	-80	-36,9
2560	0,668	5,74	0,116	-55	-50,7
3000	0,598	5,78	0,103	-50	-54,0
5120	0,347	6,07	0,057	-40	-73,7
7500	0,199	6,42	0,031	-28	-75,6
10240	0,114	6,77	0,017	22	81,1
12500	0,075	6,99	0,011	-18	-81,0
15000	0,049	7,17	0,007	-15	-81,0
20000	0,019	7,21	0,003	12	86,4
20480	0,018	7,2	0,003	12	88,5

Tab. 5: Messwerte zu Ausgangs- und Eingangsspannung sowie Phasendifferenz am Tiefpass mit $R_L = 22\text{k}\Omega$.

f [Hz]	U_{aus} [V]	U_{ein} [V]	$U_{\text{aus}}/U_{\text{ein}}$	Δt [μs]	φ [$^\circ$]
10	1,826	5,81	0,314	0	0,0
20	1,828	5,77	0,317	0	0,0
40	1,826	5,72	0,319	-14	-0,2
80	1,827	5,71	0,320	-10	-0,3
160	1,818	5,71	0,318	-200	-11,5
320	1,786	5,69	0,314	-130	-15,0
640	1,675	5,68	0,295	-140	-32,2
1280	1,37	5,67	0,242	-130	-59,9
2560	0,857	5,74	0,149	-70	-64,5
3000	0,735	5,78	0,127	-65	-70,2
5120	0,383	6,07	0,063	-42	-77,4
7500	0,21	6,42	0,033	-30	-81,0
10240	0,118	6,77	0,017	-23	-84,8
12500	0,077	7	0,011	-19	-85,5
15000	0,05	7,17	0,007	-15	-81,0
20000	0,019	7,22	0,003	-11	-79,2
20480	0,018	7,2	0,003	-12	-88,5

Tab. 6: Messwerte zu Ausgangs- und Eingangsspannung sowie Phasendifferenz am Tiefpass mit $R_L = 47\text{k}\Omega$.